

Retroalimentación como estrategia para enseñanza y aprendizaje de matemáticas

Feedback as a strategy for teaching and learning mathematics

Delta María Sosa Cordero^{1*}

¹Universidad Autónoma de Yucatán, Facultad de Ingeniería Química, Periférico de Mérida
Licenciado Manuel Berzuna 13615 Chuburná de Hidalgo Inn, C.P. 97203
Mérida, Yucatán, México.

*Corresponding author:
scordero@correo.uady.mx

Resumen. La educación superior mexicana tiene entre sus grandes retos mantener la calidad de la enseñanza y el aprendizaje, promover la formación integral de los alumnos y elevar las tasas de eficiencia terminal. En este contexto, se presenta en la segunda mitad del semestre regular enero-mayo 2020, la pandemia de COVID-19. Como parte del control y prevención de contagio, la Secretaría de Salud establece una cuarentena o confinamiento voluntario del 17 de marzo hasta el presente día. El objetivo de este trabajo es compartir las experiencias y reflexiones de la retroalimentación en un curso de matemáticas en modalidad a distancia, del tronco común del segundo semestre de las carreras de ingeniería de la Facultad de Ingeniería Química. Se describe la retroalimentación como estrategia importante para enseñanza y aprendizaje, en la asignatura durante marzo-junio 2020 y los resultados son útiles para conocer la situación actual de los estudiantes.

Palabras clave: retroalimentación, estrategia, enseñanza, aprendizaje, evaluación.

Abstract. Mexican higher education has among its great challenges maintaining the quality of teaching and learning, promoting comprehensive education of students training and raising terminal efficiency rates. In this context, the COVID-19 pandemic started in the second half of the regular semester January-May 2020. As part of contagion control and prevention, the Health Ministry established a voluntary quarantine or confinement from March 17 to this day. The purpose of this writing is to share, the experiences and reflections of feedback within a course of mathematics in distance mode, of the common trunk of the second semester of engineering careers at the Chemical Engineering Faculty of the Autonomous University of Yucatan. Feedback is described as an invaluable strategy for teaching and learning, during that course in March-June 2020 and the results of this work are useful to get to know our student's current situation.

Keywords: feedback, strategy, teaching, learning, evaluation.

I. INTRODUCCIÓN

Entre los grandes retos de la educación superior mexicana se puede mencionar: mantener la calidad de la enseñanza y el aprendizaje, promover la formación integral de los alumnos y elevar las tasas de eficiencia terminal. Éstos últimos se atienden mediante el logro de bajos índices de reprobación, rezago y abandono escolar, por lo cual las responsabilidades docentes son cada día más complejas, desde los primeros semestres.

A través del Modelo Educativo de Formación Integral vigente, se establecen los lineamientos generales para impulsar la mejora continua del nivel de la calidad educativa, la innovación, la competitividad y la pertinencia de los programas educativos; se enfatiza, también, el constructivismo como referente pedagógico y la promoción del desarrollo de las competencias del perfil de egreso establecidas según corresponda al programa educativo, incluidas la autonomía del estudiante, la responsabilidad por su propio aprendizaje, la comunicación oral y escrita y el trabajo en equipo, entre otras.

En la Facultad de Ingeniería Química (FIQ), además de la Licenciatura Institucional en Química Aplicada compartida con la Facultad de Química, se imparten cuatro programas de ingeniería: Ingeniería Química Industrial, Ingeniería Industrial Logística, Ingeniería en Biotecnología e Ingeniería en Alimentos, todas acreditadas ante el Consejo de Acreditación de la Enseñanza de la Ingeniería (CACEI).

Este consejo acreditador, actualmente, se basa en estándares de calidad académica internacionales, como los que corresponden al Washington Accord; estos estándares incluyen evidenciar un buen nivel de matemáticas de los estudiantes de ingeniería. Así, se plantea el reto de lograr la vigencia de las acreditaciones, que permiten contribuir a mantener y fortalecer el reconocimiento nacional e internacional de la Universidad Autónoma de Yucatán (UADY).

En este contexto, se presenta en la segunda mitad del semestre regular enero-mayo 2020, la pandemia de COVID-19 y como parte del control y prevención de contagio, la Secretaría de Salud establece una cuarentena o confinamiento voluntario del 17 de marzo hasta el presente día.

El objetivo de este trabajo es compartir las experiencias y reflexiones de un curso, en modalidad a distancia, que nos permiten reconocer la importancia de adaptarse a

situaciones nuevas y de utilizar los recursos disponibles para salir adelante.

Como se menciona en INEE (2019), la retroalimentación formativa es una estrategia concreta y efectiva para promover los aprendizajes de los alumnos y la enseñanza de los profesores con base en el desempeño obtenido o datos de evaluaciones. Para este fin, se requiere favorecer un espacio de retroalimentación planificado y adecuado y que ayude a favorecer una cultura de retroalimentación del desempeño entre los actores de la educación.

Por motivos prácticos y de extensión, en este trabajo se describe y se reflexiona sobre las actividades de retroalimentación usadas como estrategias de aprendizaje y evaluación solamente en el tema de sucesiones y series infinitas, de la asignatura Cálculo Integral (CI-TC-G7) durante el confinamiento.

Este curso pertenece al tronco común de ciencias básicas (matemáticas) del segundo semestre de las carreras de ingeniería de la FIQ, con estudiantes inscritos de aproximadamente 19 o 20 años de edad, la asignatura es de tipo obligatorio, de modalidad mixta (con horas presenciales y horas no presenciales) y sin ninguna seriación previa; así, por ejemplo, no se considera requisito obligatorio haber cursado Cálculo Diferencial del primer semestre.

Período presencial del curso antes de la cuarentena: del 9 de enero al 13 de marzo de 2020, se tiene un avance en los temas de, aproximadamente, el 65% del curso, según el calendario académico oficial enero-mayo 2020 y la planeación didáctica del curso. Entre las estrategias de enseñanza y aprendizaje, se realizan, como evaluación formativa, exposiciones breves y técnicas de interrogatorio, actividades de resolución de ejercicios con retroalimentación y coevaluación en el aula, portafolio de evidencias con tareas y actividades en cada unidad y, como evaluación sumativa, trabajo independiente y prueba de desempeño en cada unidad.

Con frecuencia, en la modalidad presencial, para el tema de sucesiones y las series se utilizan actividades o trabajos de evaluación, con retroalimentación presencial debido a los ajustes de tiempo.

Período del curso a distancia durante la cuarentena: del 20 de marzo al 5 de junio de 2020, se establece la

plataforma UADY-Virtual como medio principal de comunicación y se matriculan todos los estudiantes inscritos al curso, se activan, además, como otros canales de comunicación, el correo institucional, redes sociales tecnológicas y teléfonos personales de la instructora.

Con la finalidad de guiar a los estudiantes para lograr la comprensión de los temas, se establecen espacios disponibles para preguntas y dudas, sin restricción de horario.

Con el optimismo de regresar el 20 de abril a la modalidad presencial, después del período vacacional de primavera, el objetivo es avanzar en el programa del curso. Para esta modalidad, se diseñan y elaboran materiales digitales, con ejemplos seleccionados por su claridad, actividades concretas y tareas para promover el desarrollo de las competencias académicas de los estudiantes. Se mantiene la elaboración del portafolio de evidencias de aprendizaje, para cada unidad de la asignatura.

El 18 de mayo, se reciben instrucciones de finalizar las asignaturas en línea y se selecciona el 19 de junio para registrar la evaluación de los estudiantes inscritos al curso de CI-TC-G7.

La evaluación, realizada en modalidad presencial o a distancia es un tema importante y complejo que requiere un espacio especial de análisis. Sin embargo, se debe mencionar que el enfoque de evaluación, utilizado en los temas de este trabajo, corresponde a las ideas argumentadas en Moreno Olivos (2010): “la evaluación es buena sólo si sirve para enriquecer plenamente a las personas que en ella intervienen. Si produce confianza y deseos para continuar aprendiendo a lo largo de la vida. Para ello, la información que genera debe ser oportuna y clara, comprensible para los evaluados. También debe servir para que el docente analice y reflexione acerca de su práctica, debe brindarle información que le posibilite reorientar el proceso enseñanza-aprendizaje, en caso necesario”.

II. ESTRATEGIAS

Durante el período en modalidad a distancia, que corresponde al presente escrito, se prioriza el uso de la evaluación formativa, pues favorece la autorregulación del aprendizaje de los estudiantes y facilita la retroalimentación.

La retroalimentación, en términos educativos, se define como la información que se usa para reducir la diferencia entre los resultados obtenidos por el estudiante y los resultados de los aprendizajes esperados (Ramaprasad, 1983). Es importante recordar que la retroalimentación depende de su finalidad y la complejidad de las tareas o instrumentos de evaluación; se debe realizar siempre en la evaluación formativa y en la sumativa.

En INEE (2019), se menciona la importancia de promover una cultura de retroalimentación y características de una retroalimentación eficaz, entre las que se encuentran:

- a) Debe ser clara en su contenido, para apoyar a los estudiantes en la comprensión del tema.
- b) Debe ser oportuna, para que se incluya rápidamente en la práctica.
- c) Debe ser enviada directamente a los involucrados, para favorecer un diálogo constructivo y de confianza.
- d) Debe ser centrada en el desempeño, no en la persona. Es importante que la retroalimentación se dirija al proceso, a las estrategias y al producto.

En García-Jiménez (2005), se señala también que la efectividad de la retroalimentación es en la medida que el estudiante utilice la información proporcionada para generar mecanismos cognitivos que logren mejorar su desempeño académico anterior.

Se mencionan tres de tales mecanismos, el primero es acerca de su potencial para reducir la incertidumbre del estudiante sobre cómo de bien o de mal ha realizado la tarea de evaluación y, por lo tanto, su potencial motivador que le anima a realizar el esfuerzo necesario para reducir la distancia que le separa de la tarea bien hecha.

El segundo está relacionado con la capacidad para ayudar a los estudiantes, sobre todo a aquellos con un nivel de competencia más bajo, que puedan sentirse abrumados para el alto nivel de exigencia de algunas tareas de evaluación. En este sentido, la simple presentación de ejemplos del nivel de referencia esperado puede ayudar a reducir esa carga cognitiva.

El tercer mecanismo se refiere a la calidad y cantidad de información proporcionada al estudiante en la retroalimentación, de tal forma que le ayude a corregir errores conceptuales y procedimientos equivocados o poco eficientes y a modificar estrategias de aprendizaje, favoreciendo en el estudiante la autorregulación de su aprendizaje.

Alvarado García (2014) menciona que la retroalimentación es fundamental, pues es a través de ésta que el estudiante no sólo se da cuenta de sus fortalezas y debilidades, sino que tiene la oportunidad de reflexionar sobre su aprendizaje y generar así, un conocimiento aún más profundo y significativo.

En el caso de matemáticas, la retroalimentación debe proporcionar suficiente información sobre el procedimiento y los detalles del trabajo realizado y no solamente identificar el error o señalar simplemente cuál es la respuesta correcta.

En García-Jiménez (2005), se presentan características de la retroalimentación con información elaborada, que además de proporcionar la respuesta correcta con detalle, permite al estudiante repasar información esencial del tema de estudio y ayuda a mejorar también la calidad de respuesta de los alumnos.

A este tipo corresponde la retroalimentación usada en el presente trabajo. Se presentan dos ejemplos de retroalimentación con información elaborada, utilizadas como actividades de aprendizaje y evaluación en el curso de CI-TC-G7.

Ejemplo 1

Retroalimentación con información elaborada de la tarea de evaluación (Sucesiones)

Escribe los primeros cuatro términos de cada sucesión y determina el límite de la sucesión si la sucesión es convergente. En caso contrario, reportar divergencia.

Reactivo 1.
$$\left\{ \frac{n+1}{2n-1} \right\}$$

Solución.

Los primeros cuatro términos,

$$\left\{ \frac{n+1}{2n-1} \right\} = \left\{ \frac{2}{1}, \frac{3}{3}, \frac{4}{5}, \frac{5}{7}, \dots \right\} = \left\{ 2, 1, \frac{4}{5}, \frac{5}{7}, \dots \right\}$$

Usando álgebra, propiedades de límites y que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} \right\} = 0, \text{ se obtiene:}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\frac{n+1}{n}}{\frac{2n+1}{n}} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1+\frac{1}{n}}{2+\frac{1}{n}} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{n+1}{2n-1} \right\} = \frac{1}{2}$$

Por lo que la sucesión es convergente y su límite es $\frac{1}{2}$

(Otra forma es usando L'Hôpital, pues ambas sucesiones son divergentes $\lim_{n \rightarrow \infty} (n+1) = \infty$,

$\lim_{n \rightarrow \infty} (2n-1) = \infty$, y que el límite de una sucesión constante es igual a la constante:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{n+1}{2n-1} \right\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2} \right\} = \frac{1}{2})$$

Reactivo 2.
$$\left\{ \frac{n^2+1}{n} \right\}$$

Solución.

Los primeros cuatro términos,

$$\left\{ \frac{n^2+1}{n} \right\} = \left\{ \frac{2}{1}, \frac{5}{2}, \frac{10}{3}, \frac{17}{4}, \dots \right\}$$

Usando otra vez álgebra, propiedades de límites y que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} \right\} = 0, \text{ se tiene:}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{n^2+1}{n} \right\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{n^2}{n} + \frac{1}{n} \right\}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{n^2}{n} + \frac{1}{n} \right\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ n + \frac{1}{n} \right\} = \lim_{n \rightarrow \infty} (n) = \infty$$

Entonces la sucesión es divergente, su límite no existe. (Otra forma es usando L'Hôpital)

Reactivo 3.
$$\left\{ \frac{3-2n^2}{n^2+1} \right\}$$

Solución.

Los primeros cuatro términos,

$$\left\{ \frac{3-2n^2}{n^2+1} \right\} = \left\{ \frac{1}{2}, -1, -\frac{15}{10}, -\frac{29}{17}, \dots \right\}$$

Usando álgebra, propiedades de límites y que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n^2} \right\} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{3-2n^2}{n^2+1} \right\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\frac{3}{n^2} - \frac{2n^2}{n^2}}{\frac{n^2}{n^2} + \frac{1}{n^2}} \right]$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\frac{3}{n^2} - \frac{2n^2}{n^2}}{\frac{n^2}{n^2} + \frac{1}{n^2}} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\frac{3}{n^2} - 2}{1 + \frac{1}{n^2}} \right] = \frac{-2}{1} = -2$$

La sucesión es convergente y su límite es -2 (Otra forma es usando L'Hôpital)

Reactivo 4.
$$\left\{ \frac{\ln n}{n^2} \right\}$$

Solución.

Los primeros cuatro términos,

$$\left\{ \frac{\ln n}{n^2} \right\} = \left\{ \frac{\ln 1}{1}, \frac{\ln 2}{4}, \frac{\ln 3}{9}, \frac{\ln 4}{16}, \dots \right\}$$

$$\left\{ \frac{\ln n}{n^2} \right\} = \left\{ 0, \frac{\ln 2}{4}, \frac{\ln 3}{9}, \frac{\ln 4}{16}, \dots \right\}$$

Debido a que $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln n = \infty$ y que

$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 = \infty$, no se pueden aplicar las propiedades de límites de sucesiones, se usará L'Hôpital y que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n^2} \right\} = 0,$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\ln n}{n^2} \right\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\frac{1}{n}}{2n} \right\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2n^2} \right\} = 0$$

Por lo que la sucesión es convergente y su límite es 0 .

Reactivo 5 $\{tgh n\}$

Solución.

Los primeros cuatro términos,

$$\{tgh n\} = \{tgh 1, tgh 2, tgh 3, tgh 4, \dots\}$$

Usando las definiciones de $senh n$ y $cosh n$,

álgebra y que $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{e^{2n}} \right\} = 0$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \{tgh n\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{senh n}{cosh n} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n}} \right]$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n}} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\frac{e^n}{e^n} - \frac{e^{-n}}{e^n}}{\frac{e^n}{e^n} + \frac{e^{-n}}{e^n}} \right]$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\frac{e^n}{e^n} - \frac{e^{-n}}{e^n}}{\frac{e^n}{e^n} + \frac{e^{-n}}{e^n}} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1 - \frac{1}{e^{2n}}}{1 + \frac{1}{e^{2n}}} \right] = 1$$

Se tiene que la sucesión es convergente y su límite es 1 .

Reactivo 6.
$$\left\{ \frac{n}{n+1} sen \frac{n\pi}{2} \right\}$$

Solución.

Los primeros cuatro términos,

$$\left\{ \frac{n}{n+1} sen \frac{n\pi}{2} \right\} = \left\{ \frac{1}{2} sen \frac{\pi}{2}, \frac{2}{3} sen \pi, \frac{3}{4} sen \frac{3\pi}{2}, \dots \right\}$$

$$\left\{ \frac{n}{n+1} sen \frac{n\pi}{2} \right\} = \left\{ \frac{1}{2}, 0, -\frac{3}{4}, 0, \dots \right\}$$

En este caso, no pueden usarse las propiedades de límites de sucesiones, pues aunque

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\frac{n}{n}}{\frac{n}{n} + \frac{1}{n}} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 + \frac{1}{n}} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{n}{n+1} \right\} = 1$$

(es convergente), se tiene que $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \text{sen } \frac{n\pi}{2} \right\}$ no existe, porque la sucesión es oscilante.

Por lo que la sucesión es oscilante, se reporta que la sucesión es divergente.

Reactivo 7. $\left\{ \frac{1}{\sqrt{n^2+1}-n} \right\}$

Solución.

Los primeros cuatro términos de la sucesión,

$$\left\{ \frac{1}{\sqrt{n^2+1}-n} \right\} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}-1}, \frac{1}{\sqrt{5}-2}, \frac{1}{\sqrt{10}-3}, \dots \right\}$$

Usando álgebra, multiplicamos numerador y denominador por el binomio conjugado, se obtiene:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{n^2+1}-n} \right\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{(\sqrt{n^2+1}-n)(\sqrt{n^2+1}+n)} \frac{(\sqrt{n^2+1}+n)}{(\sqrt{n^2+1}+n)} \right\}$$

$$\left\{ \frac{1}{(\sqrt{n^2+1}-n)(\sqrt{n^2+1}+n)} \frac{(\sqrt{n^2+1}+n)}{(\sqrt{n^2+1}+n)} \right\} = \left\{ \frac{\sqrt{n^2+1}+n}{(n^2+1)-n^2} \right\}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\sqrt{n^2+1}+n}{(n^2+1)-n^2} \right\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2+1}+n = \infty$$

Por lo que la sucesión es divergente, su límite no existe.

Reactivo 8. $\left\{ \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^n \right\}$

Solución.

Los primeros cuatro términos de la sucesión

$$\left\{ \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^n \right\} = \left\{ \left(1 + \frac{1}{3}\right), \left(1 + \frac{1}{6}\right)^2, \left(1 + \frac{1}{9}\right)^3, \left(1 + \frac{1}{12}\right)^4 \right\}$$

(Sugerencia para el ejercicio, usar que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ (1+x)^{\frac{1}{x}} \right\} = e$$

Si se establece que $x = \frac{1}{3n}$,

entonces cuando $n \rightarrow \infty, x \rightarrow 0$ y además $n = \frac{1}{3x}$

Así que sustituyendo y usando álgebra, se tiene que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^n \right\} = \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ (1+x)^{\frac{1}{3x}} \right\}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ (1+x)^{\frac{1}{3x}} \right\} = \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \left[(1+x)^{\frac{1}{x}} \right]^{\frac{1}{3}} \right\}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \left[(1+x)^{\frac{1}{x}} \right]^{\frac{1}{3}} \right\} = \left[\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ (1+x)^{\frac{1}{x}} \right\} \right]^{\frac{1}{3}} = e^{\frac{1}{3}}$$

La sucesión converge y su límite es $e^{\frac{1}{3}}$ o sea $\sqrt[3]{e}$

La estrategia considera la Autoevaluación por parte de los estudiantes y sesión de discusión.

Para usar el Ejemplo 1 cada estudiante compara su trabajo con la retroalimentación proporcionada y escribe sus propios comentarios, preguntas, si es necesario corrige o completa su trabajo.

Ejemplo 2

Retroalimentación con información elaborada de la tarea de evaluación (Tema: Series).

Parte 1 Construir una tabla con las cuatro propiedades de las series presentadas en la clase.

Propiedades de las series	
Sea $c \neq 0$ constante	
i. Si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = S$ converge, entonces también converge la serie $\sum_{n=1}^{\infty} c u_n = c S$.	1
ii. Si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ diverge entonces $\sum_{n=1}^{\infty} c u_n$ también es divergente.	

2	<p>Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = S$ y $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = T$ son series convergentes, con sumas S y T, entonces también las series convergen y</p> <p>i) $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = S + T$</p> <p>ii) $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n) = S - T$</p>
3	<p>Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es serie convergente y $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ es divergente entonces la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ es serie divergente</p>
4	<p>Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ y $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ son dos series infinitas, que difieren únicamente en un número finito de sus primeros términos, entonces las dos series son convergentes o ambas son divergentes</p>

Parte 2 En cada reactivo, escribe los primeros cuatro términos de cada serie infinita y determina si la serie es convergente o divergente. Si la serie es convergente, calcula la suma.

Reactivo 1.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{3n+2}$$

Solución.

Los primeros cuatro términos de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{3n+2} = \frac{3}{5} + \frac{5}{8} + \frac{7}{11} + \frac{9}{14} + \dots + \frac{2n+1}{3n+2} + \dots$$

Usando L'Hôpital, se tiene que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \neq 0$$

Por el criterio de divergencia, se afirma que la serie es divergente.

Reactivo 2.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

Solución.

Los primeros cuatro términos de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \frac{16}{81} + \dots + \left(\frac{2}{3}\right)^n + \dots$$

Se usará que la serie geométrica converge y su suma es:

$$\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} = \frac{a}{1-r} \text{ siempre que } a \neq 0 \text{ y } |r| < 1$$

Así que tenemos:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3 \text{ con } a = 1 \text{ y } r = \frac{2}{3}$$

La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$ es parte de la serie geométrica

anterior:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \frac{16}{81} + \dots + \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$$

$$1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \frac{16}{81} + \dots + \left(\frac{2}{3}\right)^n + \dots = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

Por lo tanto, la suma de la serie resulta ser:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 3 - 1 = 2$$

Reactivo 3.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{1}{n}$$

Solución.

Los primeros cuatro términos de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{1}{n} = \ln 1 + \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{1}{3} + \ln \frac{1}{4} + \dots + \ln \frac{1}{n} + \dots$$

Usando que $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{\frac{1}{n}\right\} = 0$ y teniendo en cuenta que

la función logaritmo natural es continua, se tiene que $0 = 1 \neq 0$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{\ln \frac{1}{n}\right\} = \ln$$

Por lo tanto, por el criterio de divergencia, la serie resulta ser divergente.

Reactivo 4.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3}{2^n}$$

Solución.

Los primeros cuatro términos de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3}{2^n} = 1 \frac{3}{2} - \frac{3}{4} + \frac{3}{8} - \frac{3}{16} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{3}{2^n}$$

Aplicando álgebra se tiene que

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3}{2^n} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (-1)^1 \frac{3}{2^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (-1)^1 \frac{3}{2^n} = -3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n} = -3 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-1}{2}\right)^n$$

Usando nuevamente la serie geométrica

con $a=1$ y $r=\frac{-1}{2}$, con suma:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-1}{2}\right)^{n-1} = \left[1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \dots\right] = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{3}{2}}$$

Por lo tanto, restando el primer término igual a 1:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-1}{2}\right)^n = \frac{-1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \dots = \frac{2}{3} - 1 = \frac{-1}{3}$$

Se tiene que la suma de la serie es:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3}{2^n} = -3 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-1}{2}\right)^n = -3 \left[\frac{-1}{3}\right] = 1$$

Reactivo 5.

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n}$$

Solución.

Los primeros cuatro términos de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n} = e^{-1} + e^{-2} + e^{-3} + e^{-4} + \dots + e^{-n} + \dots, \text{ esto}$$

es

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{e}\right)^n = \frac{1}{e} + \frac{1}{e^2} + \frac{1}{e^3} + \frac{1}{e^4} + \dots + \frac{1}{e^n} + \dots$$

la cual es parte de la serie geométrica (excepto por el primer término igual a 1)

Se usa otra vez la serie geométrica

con $a=1$ y $r=\frac{1}{e}$ y su suma resulta ser:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{e}\right)^{n-1} = \frac{1}{1 - \frac{1}{e}} = \frac{1}{\frac{e-1}{e}} = \frac{e}{e-1}$$

Por lo que la suma de la serie es:

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n} = \frac{e}{e-1} - 1 = \frac{e - (e-1)}{e-1} = \frac{1}{e-1}$$

Reactivo 6.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+2}$$

Solución.

Los primeros cuatro términos de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{n+2} + \dots$$

Excepto por los primeros dos términos, resulta ser la serie armónica, que es divergente (ver propiedad 4).

Por lo tanto, se reporta que la serie es divergente.

Reactivo 7.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{2n}$$

Solución.

Los primeros cuatro términos de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{2n} = \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{6} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{3}{2n} + \dots$$

La serie puede expresarse como:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{2n} = \frac{3}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

Por ser el producto de una constante por la serie armónica que es divergente, la serie es divergente. (ver propiedad 1, ii))

La estrategia considera también la Autoevaluación por parte de los estudiantes y sesión de discusión para el ejemplo 2. En este caso, en la parte 1 cada estudiante se replantea con palabras sencillas cada una de las propiedades, listas para su uso práctico en la parte 2. Cada estudiante compara sus reactivos de la parte 2, con la retroalimentación proporcionada y prepara sus preguntas, dudas y si es necesario corrige sus errores.

En Roos (2004), se menciona la importancia de que los estudiantes asuman una participación activa en la evaluación de sus aprendizajes y el papel central de la retroalimentación en dicha evaluación.

La autoevaluación requiere que los estudiantes asuman una parte esencial en la responsabilidad sobre la evaluación de su aprendizaje, aprendan a identificar y

reflexionar sobre lo que necesitan aprender, a mejorar la confianza en sus capacidades y ser capaces de asignar un nivel de calidad adecuado a su trabajo.

Se complementa la retroalimentación con una sección que presenta un resumen de las preguntas o dudas acerca del tema de estudio.

Sección de preguntas frecuentes:

1. ¿Por qué no se usa la definición de convergencia?
Porque el curso tiene enfoque aplicado, se aplica álgebra cuando es posible, usamos propiedades de sucesiones, series y límites básicos.
2. ¿Qué significa sucesión divergente?
Cuando una sucesión no converge a algún número real, entonces la sucesión es divergente, su límite no existe, se presentan dos tipos:
 - a) con divergencia a ∞ , como $\{n^2\} = \{1, 4, 9, 16, \dots\}$
 - b) con divergencia oscilatoria, como $\{(-1)^n\} = \{-1, 1, -1, 1, \dots\}$
(algunas sucesiones tienen comportamientos divergentes más complicados)
3. ¿Cuál es el error común al usar propiedades de límites de sucesiones?
Olvidar que las propiedades de límites de sucesiones, similarmente como en funciones sólo aplican para sucesiones convergentes.

A. Ventajas y desventajas de la actividad

Entre las ventajas se puede mencionar que, durante el período presencial del curso:

- a) Todos nos conocimos personalmente, el calendario académico, se forman grupos de estudio y se comparte bibliografía digital del curso.
- b) Se presenta el contexto general de la asignatura y se implementan actividades de aprendizaje presenciales, con procesos de retroalimentación, coevaluación y autoevaluación.
- c) Aunque no siempre se recomienda, el curso de CI-TC-G7 se finaliza en modalidad a distancia, realizando actividades similares en la modalidad presencial.

Comentario: En este sentido, la experiencia descrita de retroalimentación como estrategia de aprendizaje y evaluación inspira confianza, no resulta totalmente desconocida.

Entre las desventajas del curso en el período impartido a distancia:

- a) Se usaron muchos canales de comunicación, sin delimitar horario para recibir y atender preguntas y dudas.
- b) El seguimiento académico de un grupo grande de estudiantes no resulta fácil, algunos preguntan mucho y otros no se comunican.
- c) Por parte de los estudiantes, situaciones personales, familiares o económicas no favorecen la organización de tiempos de estudio y concentración para estudiar, por lo que se flexibilizaron tiempos de entrega.

Comentario: La actividad de retroalimentación se debilita como estrategia eficiente de aprendizaje y evaluación.

B. Principales problemas

Entre los problemas, durante el curso a distancia, se puede mencionar que:

- a) Muchos estudiantes no usan su cuenta institucional y no es fácil localizarlos.
- b) Algunos estudiantes presentan ansiedad, tanto por entrega de tareas excesivas de otras asignaturas, como por la incertidumbre, estrés y otros problemas generados por la cuarentena.
- c) Algunos no cuentan con conectividad de internet o sólo disponen de su celular con datos.

Comentario: Para las actividades de retroalimentación como estrategias de aprendizaje y evaluación, se establecen varias opciones de entrega, según la tecnología disponible del estudiante.

C. Puntos satisfactorios

Se mencionan algunos aspectos que pueden considerarse satisfactorios, desde luego con una gran oportunidad de mejora:

- a) Se cumple el objetivo de avanzar en el programa de la asignatura, más aún se realiza la finalización del curso en el mes de junio.
- b) Se logra mantener y elevar el nivel de comunicación profesora-estudiantes, estudiantes-estudiantes usando diferentes canales de comunicación oral y escrita.
- c) Se realiza el seguimiento de los estudiantes, para lograr la elaboración de su portafolio individual de evidencias de aprendizaje del contenido final del curso.

- d) Los estudiantes expresaron comprendieron los conceptos y se logró el aprendizaje sin generar mayores niveles de ansiedad.

III. RESULTADOS

Cabe mencionar que la medición del desempeño académico es un área de investigación muy extensa y compleja, pues depende de una gran cantidad de variables.

Para completar uno de los objetivos principales de este trabajo, de compartir las experiencias y reflexiones, acerca de la retroalimentación elaborada implementada en el curso, en este apartado se presentan en forma descriptiva los resultados obtenidos. En la Tabla 1, el aspecto cuantitativo del desempeño académico del grupo y en la Tabla 2, los porcentajes o tasas que corresponden a los niveles de dominio obtenidos por el grupo.

Tabla 1. Información general del Grupo. Fuente: Elaboración propia.

Nombre de la asignatura	Cálculo Integral- TC -G7
Tipo y ubicación	Obligatoria, segundo semestre
Número total de estudiantes inscritos	43
Período	Enero-junio2020
Porcentaje o tasa de acreditación	84%
Promedio o rendimiento académico	86.8

El porcentaje o tasa de acreditación es el número de estudiantes acreditados divididos entre el total de estudiantes inscritos. Para el promedio o rendimiento académico, se considera el promedio de todos los estudiantes acreditados. Finalizaron y acreditaron 36 estudiantes en modalidad a distancia.

Tabla 2 Porcentajes según nivel de dominio. Fuente: Elaboración propia.

Nombre de la asignatura: Cálculo Integral- TC -G7	
Nivel de Dominio	Porcentaje de estudiantes del grupo
Sobresaliente (90-100)	30%
Satisfactorio (80-89)	42%
Suficiente (70-79)	12%
No acreditado	16%

Con respecto a los no acreditados, se reportan 3 estudiantes sin calificación, porque decidieron no continuar por razones no relacionadas con el curso y 4 alumnos usaron el proceso de descargar la asignatura en la secretaría académica. La situación actual ya mencionada anteriormente, también es un factor importante que se debe considerar, cuando se observa el número de estudiantes que abandonan los cursos en los que están inscritos.

A continuación, se comparten en forma anónima, ejemplos de algunas reflexiones y comentarios de los estudiantes acerca de su aprendizaje sobre el tema de series y sucesiones, que corresponden al aspecto cualitativo individual del desempeño académico:

Reflexión 1 lunes, 25 de mayo de 2020

Buenas noches, profesora

Me gustó mucho esta unidad, es interesante, le entendí muy bien a las diapositivas de la tarea, muy bien explicado casi no tuve que investigar, me costó concentrarme para entenderle, pero resultó bien al parecer. Le agradezco miss es una excelente maestra 21:02

Reflexión 2 lunes, 25 de mayo de 2020

Todos los temas se me hicieron algo complicados de entender y considero que la más complicada fue el cambio que se hace al alcance de la integral. Fuera de todo, creo que lo que las herramientas más útiles en esta situación de contingencia fueron los ejemplos y los solucionarios que brindaron una gran ayuda cuando no tuve idea de cómo se resolvía un ejercicio, pero más que nada fue el encontrar una manera de concentrarme por completo en el trabajo. 03:31

Reflexión 3 jueves, 14 de mayo de 2020

Buenas tardes. Durante esta actividad logré entender el cómo se puede determinar si una función es convergente o divergente según me den sus límites. En uno de mis ejercicios tuve dos elementos de la sucesión incorrectos, sin embargo, tuve bien las demás convergencias y divergencias, junto con los límites. 15:44

Reflexión 4 lunes, 25 de mayo de 2020

Lo que más me costó trabajo fue identificar la divergencia o convergencia de las series, así que lo que me ayudó fue el análisis de las propiedades en un nivel diferente, sin embargo, lo logré con el apoyo de mi hermana y algunos compañeros de la clase que me

orientaron para entender correctamente las propiedades.
16:35

Reflexión 5 viernes, 15 de mayo de 2020

Buen día Maestra.

Para las Sucesiones fue necesario tener buenos conocimientos en las propiedades de los límites, álgebra y del tema que se estudiaba (Sucesiones). Personalmente me pareció un tema complicado, nunca lo había visto, y he de admitir que con mucho esfuerzo pude conseguirlo.
12:00

Reflexión 6 lunes, 25 de mayo de 2020

Buen día maestra,

Con anterioridad ya había visto estos temas en una asignatura pasada de cálculo por lo que al elevarse la dificultad no se me hizo difícil poder realizarla. Del mismo modo creo que el hecho de estar en cuarentena me permite en gran medida concentrarme en las tareas y tener paciencia y el tiempo suficiente para pensar correctamente lo que me piden en los ejercicios. Maestra igual le agradezco mucho todo el esfuerzo que usted hizo por ayudarnos. Esperemos no falte mucho para que las cosas vuelvan a comenzar de nuevo. Entre ellas las clases.

Reflexión 7 domingo, 31 de mayo de 2020

Mi aprendizaje de esta tarea fue más que nada encontrar los límites de las sucesiones, lo único malo era la implementación de más procedimientos algebraicos en algunos ejercicios. Al realizar esta tarea de series no se me dificultó tanto como algunas de las anteriores, gracias a los teoremas que te dicen que es cada situación, ya sea divergente o convergente. También hubo algunos tropiezos como la implementación de algunos procedimientos algebraicos demás. 09:55

Reflexión 8 Wednesday, 27 de May de 2020

Buenos días, profesora,

Puedo decir que estoy contenta con mi desarrollo hasta ahora, aprendí a trabajar por mi cuenta y encontré formas de estudio nuevas que me fueron útiles en esta forma de estudio, espero poder seguir aprendiendo nuevas cosas para fomentar mi estudio y que la motivación que obtuve en este curso se mantenga para otros más. Muchas gracias por las instrucciones maestra, un saludo 09:29

Reflexión 9 jueves, 21 de mayo de 2020

Buenas noches, maestra,

Los procedimientos tuvieron algunas fallas, respecto a mi aprendizaje en esta ocasión, me vi impedido en ciertos momentos de poder concentrarme, pues uno de mis familiares sufrió una lesión, no obstante, he podido adecuarme a la situación y entender los temas, no obstante, siento que se pierde información al no poder estar en clases presenciales. 00:12

Reflexión 10 martes, 26 de mayo de 2020

Buenas noches, maestra, tuve algunos errores que cometí en los procedimientos.

Dado que ayer no tuve acceso a internet, envíe hoy mi reflexión respecto a mi desempeño, he visto como a pesar de las dificultades de aprender de manera autónoma, he podido aprender lo necesario para llevar el curso de cálculo integral, espero poder seguir así los siguientes semestres y mejorar en mis calificaciones.
20:03

Reflexión 11 jueves, 21 de mayo de 2020

Buenas tardes, profesora, una disculpa por la tardanza tuve un problema de salud, pero gracias a dios ya todo está bien. Está siendo muy difícil lo que está pasando.

Siempre me ha costado trabajo los límites, pero estos, la verdad, no estaban del todo complicados, los primeros 4 términos estaban regalados, muy sencillo, pero la parte de identificar y desarrollar los problemas me costaron mucho trabajo al inicio, luego investigué y entendí ya con más facilidad solo tuve un error en el procedimiento de uno error mío por no sacar bien las cuentas.

Le mando saludos maestra 17:50

Reflexión 12 martes, 2 de junio de 2020

Buenas noches maestra, disculpe las molestias causadas, la verdad es que no comprendí los temas y me resultó muy difícil el resolver los ejercicios de las tareas señaladas, considero que no tengo los conocimientos suficientes para esta la asignatura y mucho menos para seguir con cálculo vectorial. Le ofrezco mis más sinceras disculpas si la mantuve al pendiente, le deseo buena salud a usted y a su familia en estos tiempos difíciles. 23:17

Reflexión 13 lunes, 25 de mayo de 2020

Buenos días maestra, antes que nada espero que se encuentre bien de salud. Mi situación en la materia no ha ido bien y quiero solicitar darme de baja, en un principio cuando comenzó el semestre me gustó mucho, la forma en que usted da su

clase porque que es una persona muy activa, le gusta que sus alumnos aprendan, entendía todo lo que explicaba y hacia mis tarea sin embargo tuve un problema de salud el día en que iba a presentar el primer parcial, después, sentí que no estaba comprendiendo del todo y bueno se vino el momento en que dejamos de asistir a clases, ahora en mi casa mis padres no están trabajando por el momento a mi papa le hacen un pago de sueldo parcial como apoyo pero no cubre poder pagar todo, ya que como no somos de aquí, estamos rentando casa y es un gasto más seguir pagando un servicio de internet, así que por este motivo pedí ayuda con una amiga quien tiene acceso a mi cuenta para revisar todas las notificaciones que reciba y aunque intente ponerme al corriente con esta y otra materia no logre seguir entendiendo, a la vez me preocupaba pero debía entender también la situación en mi casa. Espero su comprensión ya que lamentablemente no todos tuvimos las mismas oportunidades para finalizar satisfactoriamente el semestre. ¡Saludos Maestra Delta! 07:40

IV. RECOMENDACIONES

Se comparten algunas sugerencias y reflexiones con base en experiencia propia y de colegas docentes:

- 1) Importancia de adaptarse a situaciones nuevas.
 - a) Realizar un esfuerzo personal para ser flexible, creativo, probar nuevos recursos y aprender de los errores. Seleccionar estrategias y recursos tecnológicos útiles para los objetivos y según sean nuestras posibilidades actuales. Capacitarnos en educación a distancia.
 - b) Adaptar los objetivos de aprendizaje, identificando y priorizando lo más importante del contenido de la asignatura y que garanticen el éxito en los siguientes cursos.
 - c) Promover un ambiente que genere el aprendizaje autónomo, cada estudiante necesita reflexionar y decidir qué le funciona y enseñar estrategias de aprendizaje a los estudiantes según el área, en este caso de matemáticas.
 - d) Es muy importante presentar orden y claridad en los contenidos y en lo que se espera de los alumnos para evitar abrumarlos y generar ansiedad o estrés.
- 2) Utilizar los recursos disponibles para salir adelante.
 - a) Seguir el consejo de usar los recursos institucionales, en particular en el caso de FIQ, UADY-Virtual, los recursos de Office 365 y explorar otras opciones.
 - b) Organizar carpetas para los materiales del curso y para tareas y actividades de los estudiantes, no olvidar solicitar archivos con nombre-apellido, número de actividad y asignatura.
 - c) Es importante que la información sea concisa y las actividades con diseños claros, que los estudiantes se organicen y encuentren fácilmente con enlaces claros, si es posible en el mismo lugar, para que la mayor parte de su tiempo sea para el aprendizaje.
 - d) Promover la responsabilidad y la ética en el uso de internet (uso de imágenes o materiales autorizados) y establecer canales y horarios de comunicación suficientes, pero no ilimitados.
- 3) Escuchar a los estudiantes.
 - a) Establecer una primera reunión para generar un ambiente de confianza, reflexión y respeto, para informar sobre la dinámica general, horarios y medios de comunicación.
 - b) Utilizar un lenguaje claro, preciso y sencillo en los materiales digitales, instrucciones de tareas, actividades, pruebas de desempeño y en la retroalimentación correspondiente a cada una de ellas.
 - c) Mantener empatía en la comunicación con los estudiantes, identificar problemas académicos o emocionales y si es posible brindar orientación. La situación actual puede producir sentimientos de aislamiento, ansiedad y estrés en los estudiantes.
 - d) Ser flexible hasta donde sea posible, para lograr igualdad de oportunidades en la educación superior, pues la situación actual ha producido mayor desigualdad socio-económica y en el contexto general de los estudiantes no todos tienen dónde estudiar en su casa, ni la tecnología suficiente.
 - e) Un programa de recordatorios breves, de los temas de la semana, de las fechas de entrega de tareas o de las evaluaciones puede ayudar a la organización de los alumnos en cursos a distancia.

REFERENCIAS

- Anijovich, R. (2019) *Orientaciones para la formación docente y el trabajo en aula: Retroalimentación*. Chile: SUMMA

- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) (2019) *Cuadernillo Técnico de Evaluación Educativa 9. Uso de Resultados y Retroalimentación*. México: INEE.
- Alvarado García, M. A. (2014) *Retroalimentación en educación en línea: una estrategia para la construcción del conocimiento*. RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, 17 (2).
- García-Jiménez, E. (2015) *La evaluación del aprendizaje: de la retroalimentación a la autorregulación. El papel de las tecnologías*. RELIEVE, 21, (2). Valencia, España: Universitat de València.
- Moreno Olivos, T (2010) *La Evaluación de los Alumnos en la Universidad. Un estudio etnográfico*. México: UAEH.
- Ramaprasad, A. (1983). *On the definition of feedback*. Behavioral Science, 28.
- Roos, B. (2004) *Learning and Assessment in the Knowledge Society*. Umea, Suecia: Universidad de Umea.