



Explorando el papel de los experimentos de enseñanza en la modelación de ecuaciones diferenciales

Exploring the role of teaching experiments in the modeling of differential equations

Lorena Alonso Guzmán^{1*} y Víctor Manuel Hernández Alarcón²

¹Universidad Autónoma de Guerrero, Facultad de Ingeniería, Lázaro Cárdenas SN, Haciendita, C.P. 39079 Chilpancingo de los Bravo, Guerrero, México.

²Tecnológico Nacional de México campus Chilpancingo, Avenida José Francisco Ruiz Massieu No. 5, Fraccionamiento Villa Moderna, C.P. 39090 Chilpancingo de los Bravo, Guerrero, México.

*Corresponding author:
17980@uagro.mx

Resumen: Esta investigación examina el uso de la modelación matemática con ecuaciones diferenciales para mejorar la comprensión de fenómenos físicos en estudiantes. Se llevó a cabo un experimento de enseñanza con seis estudiantes de ingeniería civil de la Universidad Autónoma de Guerrero, durante el semestre febrero-julio 2023. Se utilizaron seis instrumentos de observación para las diferentes etapas del experimento sobre la ley de enfriamiento. Se aplicó un análisis retrospectivo utilizando el método inductivo para comprender los datos recopilados. El experimento consistió en observar el enfriamiento de una taza de café y aplicar la ley de enfriamiento de Newton. Se encontró que los estudiantes no relacionaban las teorías de la física

con el fenómeno de enfriamiento, pero la implementación del experimento permitió establecer vínculos entre los modelos construidos y los fenómenos estudiados, facilitando la comprensión de las ecuaciones diferenciales ordinarias y su representación gráfica, por lo que es importante incluir técnicas de modelado matemático en las asignaturas de matemáticas y física para abordar problemas reales de ingeniería y preparar a los estudiantes para los desafíos del mundo real.

Palabras claves: Experimento de enseñanza, ley de enfriamiento, modelación matemática, aprendizaje, ingeniería.

Abstract: This research examines the use of mathematical modeling with differential equations to improve the understanding of physical phenomena in students. A teaching experiment was conducted with six civil engineering students from the Autonomous University of Guerrero during the February-July 2023 semester. Six observation instruments were used for the different stages of the experiment. A retrospective analysis was applied using the inductive method to understand the collected data. The experiment involved observing the cooling of a cup of coffee and applying Newton's law of cooling. It was found that students did not relate physics theories to the cooling phenomenon. However, the implementation of the experiment allowed for establishing connections between the constructed models and the studied phenomena, facilitating the understanding of ordinary differential equations and their graphical representation. It is important to include mathematical modeling techniques in mathematics and physics subjects to address real engineering problems and prepare students for real-world challenges.

Keywords: Teaching experiment, law of cooling, mathematical modeling, learning, engineering.

I. INTRODUCCIÓN

La investigación aborda la problemática de la enseñanza de las matemáticas en estudiantes de ingeniería que cursan la asignatura de ecuaciones diferenciales. Actualmente, la enseñanza sigue un enfoque tradicional que se centra en impartir conocimientos elementales ya contruidos sin explicar la aplicación de las ecuaciones diferenciales en el área de la ingeniería. Esto lleva a una segunda situación en la que las modificaciones necesarias para aplicar las ecuaciones diferenciales en el mundo profesional se priorizan por encima de una enseñanza generadora de conocimientos teóricos abstractos, como teoremas, axiomas y definiciones.

De ahí que, uno de los principales obstáculos que se han identificado en la enseñanza de la asignatura de ecuaciones diferenciales es la falta de integración de los elementos teóricos con aplicaciones en contextos de la vida real. Esto ha sido señalado por diversos autores, como Bravo-bohórquez et al. en 2016 y Rodríguez-Gallegos en 2017. Además actualmente, la enseñanza se enfoca en una lógica deductiva que deja de lado los enfoques lógico constructivistas, en los cuales los

estudiantes aprenden a generar o construir a partir de problemas prácticos que involucran su entorno. Ante esta situación, surge la pregunta de cuáles son las contribuciones que podrían evidenciar una trayectoria de aprendizaje en estudiantes de ingeniería que se base en la modelación de situaciones de la vida real.

La investigación se justifica en la capacidad creativa matemática que se puede desarrollar a través de experimentos de enseñanza en la modelación. Esta habilidad es esencial para que los estudiantes puedan procesar la información necesaria para resolver problemas. Sin embargo, antes de que puedan utilizar estas habilidades, es crucial que los estudiantes tengan un conocimiento previo sólido que les permita conectar la información existente y construir nuevos conocimientos, esto puede lograrse a través de procesos de asimilación o acomodación (Flegg et al., 2011). Además, la formación de conceptos matemáticos mediante preguntas metacognitivas realizadas por los estudiantes, puede provocar un proceso metacognitivo que afectará su comportamiento matemático (Dong et al., 2019, p. 342).

II. MARCO TEÓRICO

A. Modelización matemática

Las estrategias didácticas son una colección de métodos y prácticas que han sido una necesidad crucial en la investigación educativa hasta la fecha. En respuesta a esta necesidad, ha surgido la investigación del diseño experimental de enseñanza, que utiliza fenómenos físicos de la vida real y la modelación matemática como base.

Maass y Engeln (2018) señalan que los enfoques innovadores de enseñanza en matemáticas van más allá de las prácticas cotidianas de los docentes, pero que existen impedimentos para su implementación. Por otro lado, Acebo-Gutiérrez y Rodríguez-Gallegos (2019) describen la modelación matemática como un proceso importante para aplicar teorías matemáticas en la vida y para el desarrollo del pensamiento, lo cual es fundamental en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Greefrath y Vorhölter (2016) definen la modelación como un proceso cíclico que consiste en tres momentos. Además, Schukajlow et al. (2015) señalan que el modelado matemático es fundamental en la educación matemática en ingeniería. Por lo tanto, en la enseñanza

de las matemáticas es esencial explorar procedimientos y técnicas como el modelado. En esta investigación se retoma los pasos del proceso de modelación de Blum (2015):

1. Entender la instrucción y la situación real (modelo de situación);
2. Hacer suposiciones y simplificar el modelo de situación (modelo real);
3. Matematización del modelo real (construcción de un modelo matemático)
4. Trabajar dentro del modelo matemático (solución matemática);
5. Interpretación de la solución;
6. Validar la solución interpretada.

En resumen podemos afirmar que la práctica docente de modelado implica trabajar de manera fundamentada en la investigación en situaciones concretas y realistas.

B. Experimentos de enseñanza en el aula

Leong y Tan, (2020), definen los experimentos de enseñanza en el aula como una metodología de enseñanza que implica diseñar y llevar a cabo experimentos en el aula con el fin de permitir que los estudiantes descubran, investiguen y aprendan conceptos y habilidades, sugieren la creación de tareas que se basen en situaciones cotidianas con el fin de que los estudiantes puedan aplicar los conocimientos matemáticos adquiridos en su vida diaria. En este enfoque, la matemática experimental juega un papel crucial. Para lograr esto, Maass y Engeln (2018) describen tres puntos clave en el diseño de proyectos enfocados en experimentos de enseñanza:

En primer lugar, en el enfoque de enseñanza que se propone, el énfasis recae en la relevancia que tiene el tema de investigación para los estudiantes y su vida cotidiana, lo que implica que los entornos de aprendizaje deben ser auténticos. En otras palabras, se busca que el aprendizaje tenga una conexión real con la vida de los estudiantes.

En segundo lugar, se anima a los estudiantes a observar fenómenos y formular sus propias preguntas, elegir las herramientas adecuadas, llevar a cabo experimentos, buscar explicaciones, e interpretar y evaluar soluciones, entre otros aspectos. Esto implica que se espera que los estudiantes realicen investigaciones y lleven a cabo un proceso de indagación para llegar a respuestas y soluciones.

En tercer lugar, se produce un cambio en la interacción entre estudiantes y profesores en el aula, ya que se pasa de una dinámica más centrada en el profesor a una dinámica más centrada en el estudiante. En otras palabras, se busca una mayor participación e implicación de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Adicionalmente, Bibi et al., (2019) señalan que en la modelación de experimentos de enseñanza se utilizan tres enfoques distintos: algebraico, numérico y gráfico. Por su parte, Blum (2015) añade que esta actividad cognitiva se convierte en una herramienta poderosa para entender y dominar situaciones presentes o futuras del mundo real, contribuyendo así al desarrollo de las matemáticas generales relevantes para la cultura, sociedad y el mundo, sin descuidar los objetivos educativos. De acuerdo con estas posturas, se considera que la modelación desempeña un papel importante en los experimentos de enseñanza de ecuaciones diferenciales.

C. Contribuciones de los experimentos de enseñanza

Los experimentos de enseñanza implican la realización material del sistema experimental, obteniéndose entornos de aprendizaje que promueven el desarrollo del conocimiento matemático y las habilidades de pensamiento científico necesarios para los estudiantes, originándose con la intención de comprender el desarrollo de la conceptualización en áreas particulares de la matemática (Santana Ortega et al., 2018).

Por consiguiente las estrategias didácticas constituyen la suma de procedimientos y actividades, las cuales han sido una necesidad imperante en la investigación educativa hasta la actualidad, en respuesta a esta demanda surge la investigación de diseño de experimentos de enseñanza a partir de fenómenos físicos de la vida real, empleando modelación matemática.

García Romero Teovaldo; Arcia Oliveros Esneider; Pertuz Rincón, (2021), destacan la importancia de utilizar contextos auténticos en la enseñanza de ecuaciones diferenciales y se enfocan en identificar y describir las dificultades que tienen los estudiantes al resolver problemas de este tema. A través de una investigación cuantitativa descriptiva aplicada a estudiantes de ingeniería y matemáticas, se encontró que las dificultades en la resolución de problemas de ecuaciones diferenciales se deben tanto a la falta de

conocimientos matemáticos como a la falta de análisis epistemológico, ontogenético y didáctico en la enseñanza de este tema.

En su investigación, Rodríguez Gallegos (2017) fundamenta su investigación en diversos autores para explorar cómo los estudiantes de ingeniería abordan las tareas de modelización de fenómenos y cómo enfrentan las dificultades relacionadas con la interpretación, el uso de diferentes esquemas de representación y la transición entre las etapas del proceso de modelización. Los hallazgos indican la necesidad de formar ingenieros capaces de modelar fenómenos de la vida real para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas entre los futuros ingenieros de México.

Estas investigaciones permitieron identificar la necesidad de vincular al proceso de aprendizaje la contextualización de fenómenos de la vida real al diseñar experimentos de enseñanza, en la que estas tareas son más fáciles de entender para quienes no tengan la formación de ingenieros y permita identificar la matematización del fenómeno al realizar el trabajo de la manipulación matemática, interpretar el modelo y las soluciones calculadas dentro del modelo en términos de aplicación, es decir, utilizar la interpretación para dar recomendaciones y predecir el comportamiento.

El objetivo fue identificar el proceso de modelación matemática que siguen los estudiantes de Ingeniería Civil de la UAGro, en la asignatura de ecuaciones diferenciales, para potenciar las capacidades de razonamiento.

III. METODOLOGÍA

Esta investigación se realizó con enfoque cualitativo en el que se desarrolló un experimento de enseñanza con análisis retrospectivo, se utilizó el método inductivo con el fin de comprender la situación desde los datos recopilados, es decir se analizaron los resultados de los instrumentos (tabla 1) implementados durante la investigación para transitar de lo particular a lo general, “explorar y describir, y luego generar perspectivas teóricas”. La muestra analizada fue de 6 estudiantes de la carrera de ingeniero civil que cursan la asignatura de ecuaciones diferenciales en el semestre febrero-julio 2023, de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro), ubicada en Chilpancingo de los Bravo, Guerrero.

Tabla 1. Estrategia didáctica para fortalecer la competencia resolución de problemas, etapas de investigación. Fuente: Elaboración propia.

Etapas	Clave	Fase (instrumentos)	Indicador
Resolución de problemas (RP)	RP 1	Introducción de la práctica	Compara la manera de resolver problemas matematizando.
	RP 2	Guía práctica	Identifica los datos que presenta un problema siguiendo los pasos que se muestran en la guía.
Implementación de la estrategia del experimento de enseñanza (IEEE)	IE EE 3	Bajo la orientación del profesor	Verifica cada una de las fases realizadas en el planteamiento de la IEEEE
	IE EE 4	Representación gráfica e interpretación de los datos	Establece correspondencia entre las variables identificadas.
Percepción (P)	P5	La ecuación como herramienta que modela	Interpreta el modelo matemático como ayuda significativa para la solución de problemas.
Comprensión y análisis (CA)	CA 6	Evaluación de la actividad y relato de experiencias	Infiere el aporte del nuevo aprendizaje en la solución de problemas de la física e ingeniería.

Se empleó muestreo por conveniencia, el cual es una técnica de muestreo no probabilístico, para el grupo de estudio se seleccionó a los estudiantes que estaban disponibles en el momento y lugar del estudio, además de cumplir con los criterios de inclusión.

Criterios de inclusión: En el experimento de enseñanza participaron los estudiantes que dieron de alta la asignatura de ecuaciones diferenciales y que se encontraban legalmente inscritos en el PE de ingeniería civil de la Facultad de Ingeniería de la UAGro y que cursarán el cuarto y/o quinto semestre durante el periodo de febrero-julio 2023, así como hayan aceptado participar en el experimento.

Criterios de exclusión: Actualmente la Facultad de Ingeniería permite dar de baja la asignatura a las 4 semanas, por lo que aquellos estudiantes que den de baja la materia ya no participarán en esta investigación.

El procedimiento para la aplicación de los instrumentos consistió en:

1. Explicar al estudiante las actividades que tiene que realizar con los materiales proporcionados y adquiridos los cuales se describen en el experimento.

Experimento de enseñanza

El experimento de enfriamiento de una taza de café se realizó en un área de uso común, para este experimento de modelación del fenómeno de enfriamiento, como primer paso se dotó a los estudiantes de los materiales siguientes:

- Termómetro
- Cronómetro

- Agua caliente en termo.
- Café soluble.
- Recipiente para verter el agua Taza/vaso de porcelana.
- Cámara de video, puede ser la del celular.

2. En la segunda etapa, que fue el inicio de la práctica se les pidió seguir las instrucciones siguientes. “Se vierte el agua caliente en el recipiente (taza de porcelana), se agrega el café, se introduce el sensor de temperatura completamente en su parte inferior, las mediciones comienzan en ese mismo instante”.

Tabla 2. Lectura de datos. Fuente: Elaboración propia.

Tiempo t (seg)	Tem T(°C)	Δt (Incremento tiempo)	ΔT (Incremento temperatura)	Razón entre incrementos $\frac{\Delta T}{\Delta t}$	Observaciones
0					
30					
60					
90					
120					
⋮					
900					

Posteriormente se tomarán los datos en un lapso de 30 minutos. En esta parte de la actividad experimental, no hay intervención del profesor (salvo orientaciones metodológicas), lo que se espera es que los estudiantes puedan interactuar y discutir entre ellos, para que identifiquen que comportamiento sigue o puede seguir un fenómeno.

3. Bajo la orientación del profesor. Se pidió que repitieran el experimento, pero ahora para la toma de datos se le proporciona una cédula donde se indicó los tiempos en que tomarán la lectura del termómetro cada 30 segundos, en un periodo de 30 minutos. Una vez que se hayan realizado todas las lecturas (Tabla 2), se completan las demás columnas haciendo los cálculos respectivos, posteriormente se les pidió a los estudiantes graficar la información obtenida e identificar la distribución que refleja, después se procede a identificar la ecuación diferencial a partir de proceso gráfico, numérico y analítico.

4. En esta etapa se podrá observar el trabajo realizado por los alumnos en cada una de las fases previas para responder al cuarto instrumento “Representación gráfica e interpretación de los datos”. Se identificará:

A. Sí establece correspondencia entre las variables identificadas.

B. Sí representa gráficamente utilizando GeoGebra o Excel los datos levantados, con el fin de establecer los supuestos sobre el comportamiento del fenómeno y que permita reflexionar sobre lo que se ha planteado en un inicio del experimento de enseñanza.

C. El investigador realizara un análisis sobre la acción realizada por los alumnos y poder tener evidencia que apoyara al cumplimiento del objetivo.

5. Reflexión. En esta fase se aplicó el instrumento “La ecuación como herramienta que modela (P5)”, que es la etapa que permitirá dar paso a la modelación de la ecuación del experimento y que le permitirá interpretar el modelo matemático como ayuda significativa para la solución de problemas.

6. Después de clase. El estudiante responde la autoevaluación.

a. El investigador resguarda la información obtenida del experimento de enseñanza en el fenómeno de enfriamiento de una taza de café, de los siguientes materiales:

b. Entrega videos, fotografías, audios.

c. Reporte de práctica.

d. Informe donde redactan lo aprendido a través de una autoevaluación.

IV. RESULTADOS

Los resultados de la investigación incluyen la presentación de los argumentos y razonamientos utilizados por los estudiantes para identificar la EDO que modela el fenómeno de enfriamiento. También se presentan casos que ilustran los razonamientos de los estudiantes en la resolución de tareas de experimentación matemática.

En la Figura 1, se presentan los datos que los estudiantes levantaron sin la instrucción del profesor, en la que identifican las variables tiempo y temperatura involucradas en el experimento.

A partir de la información obtenida, los estudiantes observan que los datos muestran una tendencia lineal.

Para confirmar esto, han plasmado sus observaciones en un gráfico y, tras analizarlo, concluyen que la forma de la función ahora parece ser cuadrática, aunque la variación es mínima, véase Figura 2.



Minutos	°C
7:34	54.4
7:35	52.9
7:36	51.8
7:37	50.7
7:38	49.6
7:39	48.5
7:40	47.5
7:41	46.5
7:42	44.7
7:43	43.8
7:44	42.9

Figura 1. Datos identificados por los estudiantes.
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 3. Datos identificados, instrucción docente.
Fuente: Elaboración propia.

Tiempo t (seg)	Tem T (°C)	Δt (Incremento tiempo)	ΔT (Incremento temperatura)	Razón entre incrementos $\frac{\Delta T}{\Delta t}$	Observaciones
0	76.1	0 seg	0	0	
30	74.4	30 seg	1.7	0.056	Incrementa
60	73.2	30 seg	1.2	0.04	Decremento
90	72.1	30 seg	1.1	0.036	Decremento
120	70.9	30 seg	1.2	0.04	Decremento
150	69.8	30 seg	1.1	0.036	Decremento
180	69	30 seg	0.8	0.026	Decremento

En otro momento se les pide a los estudiantes realizar nuevamente el experimento, pero ahora con la instrucción del profesor. Se les da la indicación que cada 30 segundos ir tomando mediciones de la temperatura durante media hora y completar la tabla a partir de la información obtenida, véase Tabla 3.

Con la información obtenida se les solicita graficar, pero ahora utilizando la hoja de cálculo de Excel, los

estudiantes comentan que “se observa que el elemento en estudio va disminuyendo su temperatura conforme avanza el tiempo, en este caso en un diferencial de tiempo de 30 segundos donde hay intervalos que no presentan incremento y otros donde sí, lo que les dice que llegara un punto en el tiempo en el que el elemento no se visualice y el cambio de temperatura este sea mínimo” (figura 3), nuevamente comenta que el comportamiento de los datos es lineal.

Después se les pide graficar en Geogebra que les permite ajustar el zoom y, por lo tanto, les permite identificar patrones de comportamiento distintos. Esto significa que comienzan a relacionar la ley de enfriamiento con el experimento. Con esto mencionan que “No es claro que estén representando una relación lineal, más bien, parece ser no lineal”, ellos proponen dos ecuaciones diferenciales, las cuales una de ellas la obtienen a partir de la ley del enfriamiento, véase Figura 3.

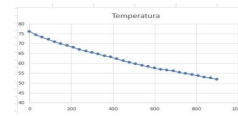


Figura 2. Datos graficados en Excel. Fuente: Elaboración propia.



Figura 3. Datos graficados en GeoGebra. Fuente: Elaboración propia.

Los estudiantes encontraron que las dos condiciones para resolver la ecuación diferencial, con los datos arrojados coincidían con los datos experimentales, lo que demuestra que el modelo construido sí responde y se ajusta a los datos experimentales. Además, se concluyó que la ecuación diferencial puede utilizarse para modelar

el comportamiento de variables y que, a partir de condiciones iniciales, es posible deducir o inferir cómo se comportarán en cualquier momento dado.

En resumen, este estudio se basó en la premisa de utilizar un experimento de enseñanza como una forma de modelar un fenómeno de la vida real, en este caso el enfriamiento, para promover la interacción con el conocimiento matemático y la resignificación de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO). El éxito de este experimento demuestra la importancia de fomentar

la colaboración y la construcción colectiva de argumentos entre futuros ingenieros.

Durante la implementación del experimento, el docente desempeñó un papel de observador y guía. Observa y registra las acciones y los argumentos de los estudiantes a medida que interactúan con el fenómeno físico de la ley de enfriamiento y aplican los conceptos matemáticos aprendidos en el aula. El docente también brindó retroalimentación, fomentando la participación activa de los estudiantes ayudándolos a reflexionar sobre sus enfoques y razonamientos.

Tabla 4. Evaluación de la actividad y relato de experiencias. Fuente: Elaboración propia.

Pregunta	Respuesta	
1. Frente a las actividades normales de clase, la práctica de modelación que se ha realizado en el grupo te ha parecido	Los 6 estudiantes respondieron que mucho mejor	Porqué -Permitió expresar las ideas y complementar opiniones, para así llegar a resultados compactados. -Permitió conocer matemáticamente errores más aproximados
2. Enumere algunas ventajas de realizar prácticas de modelación en clase de ecuaciones diferenciales	-Tener más opciones para aproximar soluciones de ecuaciones diferenciales por otros métodos. -Apoyar en la rapidez en la solución con el uso de graficadores virtuales.	-Anticipar los errores del fenómeno estudiado.
3. De manera breve, comente cual fue su experiencia y qué le aportó esta actividad.	-La experiencia fue buena, ya que al elaborar el experimento relacione tanto el tiempo, clima, espacio, y altura del medio ante la problemática a trabajar.	-Se pudo analizar anticipadamente los errores del experimento, realizar un planteamiento preliminar de un fenómeno físico y valorar las decisiones a tomar.
4. ¿Qué cosas nuevas aprendió? Desde el punto de vista matemático o personal.	-Que todo lo que sucede en el entorno está relacionado con convenciones matemáticas.	-Existen diferentes métodos matemáticos que permiten conocer las variables de error de los experimentos o fenómenos físicos.
5. ¿Qué herramientas o conceptos matemáticos que ya sabías utilizaste?	-Se empleo los tipos de ecuaciones lineales, las integrales, y ecuaciones exponenciales.	-Herramientas algebraicas como ecuaciones, y cálculo diferencial e integral.
6. ¿Considera que hay ahora más sentido y significado en su concepción de los métodos numéricos para llegar a una ecuación diferencial después de la actividad experimental? Si <input checked="" type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/>	Porqué -Se relacionó el experimento y una actividad cotidiana con las ecuaciones lineales y gráficas que se emplearon. -Permite analizar asertivamente los pasos de cada proceso del experimento, hasta llegar a la definición correcta de la ecuación diferencial.	Observaciones y comentarios -Los métodos numéricos sirvieron como herramienta de apoyo para solucionar o anticipar problemas del desarrollo matemático experimental.

Posteriormente se aplicó el instrumento para evaluar la actividad y conocer las experiencias de los estudiantes (Tabla 4), para esta etapa final, se identificó que el experimento en el aula tuvo un impacto positivo en el aprendizaje de los alumnos se siguió el siguiente procedimiento.

1) Se les pidió respondieran a una Evaluación de conocimientos previos y posteriores: Antes de llevar a cabo el experimento, lo que permitió realizar una evaluación inicial para determinar el nivel de conocimiento de los alumnos sobre el tema de la ley de enfriamiento comparando la manera de resolver problemas matematizando. Además, después de completar el experimento y las actividades relacionadas, se puede realizar una evaluación similar para medir su progreso y comprensión adquirida.

2) Posteriormente el docente realizó el análisis de las respuestas y argumentos de los alumnos: Al revisar las respuestas y argumentos proporcionados por los alumnos durante el experimento y las actividades, se pudo identificar patrones y tendencias que llevaron a los estudiantes a plantear y resolver la ecuación diferencial. Asimismo, se pudo evaluar si los alumnos estaban aplicando correctamente los conceptos matemáticos y si son capaces de hacer conexiones significativas entre la teoría y la práctica, adicional se puede observar la interacción y la colaboración entre los alumnos. Esto permitió que el docente pudiera evaluar cuando los estudiantes están discutiendo activamente para interpretar la educación diferencial como una ecuación de pronóstico, para la solución de problemas compartiendo ideas y resolviendo problemas en conjunto.

En resumen, la experiencia docente en este contexto implica la planificación, implementación y análisis de un experimento de enseñanza centrado en la modelación matemática y la comprensión de fenómenos físicos mediante ecuaciones diferenciales. El docente desempeña un papel activo como guía y facilitador del aprendizaje, brindando apoyo y retroalimentación a los estudiantes a lo largo del proceso.

Por lo que el estudio de los argumentos que construyeron los estudiantes les permitió involucrarse activamente en la actividad de modelación. Esto está respaldado por investigadores como Schukajlow, Kolter y Blum (2015), quienes encontraron que la modelación proporciona a los estudiantes la capacidad de manipular recursos y activar múltiples sentidos, como la vista, el

oído y el tacto. Esto implica una experiencia más inmersiva y significativa para los estudiantes, lo que puede facilitar una mejor comprensión de los conceptos matemáticos involucrados. Además, como mencionan Fauzi, Dirgeyase y Priyatno (2019), la modelación les brinda a los futuros ingenieros la oportunidad de interactuar directamente con la información que recolectan durante el experimento.

V. REFLEXIONES Y CONCLUSIONES

La experiencia docente en esta investigación se centró en la implementación del experimento de enseñanza con los seis estudiantes de ingeniería civil, en la que el docente, como facilitador del aprendizaje, desempeñó un papel clave en guiar a los estudiantes a través del proceso de la modelación matemática y comprensión de fenómenos físicos utilizando ecuaciones diferenciales. Además la experiencia docente involucró la planificación y diseño del experimento de enseñanza, que incluyó la selección del fenómeno físico relevante (en este caso, el enfriamiento de una taza de café) y la identificación de los conceptos matemáticos y las ecuaciones diferenciales necesarias para su modelación. Se guio a los estudiantes para asegurarse de que comprendieran la relevancia y la aplicabilidad de la modelación matemática en la resolución de problemas reales de ingeniería.

Con relación a nuestro objetivo que fue analizar el papel que tiene la modelación matemática al emplear el diseño de proyectos en el aprendizaje de la matemática en la asignatura de ecuaciones diferenciales como sinónimo de una actividad matemática esencial que forme parte integral para evidenciar los experimentos de enseñanza en estudiantes de ingeniería en civil, podemos decir que las interacciones en la tarea del experimento de enseñanza modelando la temperatura, permitió que los estudiantes reflexionarán sobre sus ideas y planteamientos iniciales, de tal forma que mediante argumentaciones y explicaciones pudieran cuestionar su concepción inicial y darle nuevos así como consistentes significados a un conocimiento a partir de la obtención de datos numéricos hasta llegar a la ecuación diferencial.

Esta investigación permitió identificar la necesidad de vincular al proceso de aprendizaje la contextualización de fenómenos de la vida real al diseñar experimentos de enseñanza, en la que estas tareas son más fáciles de entender para quienes no tengan la formación de ingenieros y permita identificar la matematización del

fenómeno al realizar el trabajo de la manipulación matemática, interpretar el modelo y las soluciones calculadas dentro del modelo en términos de aplicación, es decir, utilizar la interpretación para dar recomendaciones y predecir el comportamiento.

Se observó un avance en el proceso de la concepción de un plan por parte de los estudiantes, orientado por las preguntas propuestas en el taller, fortaleciendo su capacidad para la comprensión del problema a través de la lectura detallada y la relación entre los datos, variables e incógnitas de la situación. Estos sucesos que fomentan la reflexión, argumentación y desarrollo del pensamiento crítico, conllevan a un aprendizaje significativo.

Esto les permite transformar los datos y observar cómo se pueden modelar mediante ecuaciones diferenciales. Esta conexión entre la práctica y la teoría promueve una comprensión más profunda y aplicada de los conceptos matemáticos.

En este sentido, los experimentos de enseñanza se convierten en una herramienta valiosa para crear modelos matemáticos que conduzcan a resultados exitosos. La aplicación de estos modelos en el contexto de la resolución de problemas reales de ingeniería fortalece la relevancia de la enseñanza de ecuaciones diferenciales y su utilidad en el mundo profesional.

En conclusión, la modelación matemática con enfoque constructivista, basada en fenómenos de la vida real, desempeña un papel fundamental en el proceso de enseñanza de ecuaciones diferenciales. Al involucrar a los estudiantes en la construcción de argumentos y permitirles experimentar directamente con los conceptos matemáticos, se fomenta una comprensión más profunda y aplicada de las ecuaciones diferenciales. Esto prepara a los estudiantes de ingeniería civil para enfrentar los desafíos del mundo real y aplicar sus conocimientos de manera efectiva en la resolución de problemas.

Al cumplir con el objetivo de examinar el uso de la modelación matemática con ecuaciones diferenciales para mejorar la comprensión de fenómenos físicos en estudiantes ha revelado hallazgos significativos. Durante esta investigación, se han identificado tanto argumentos deductivos como inferenciales utilizados por los estudiantes para resolver ecuaciones diferenciales. Los resultados obtenidos también han proporcionado

información valiosa sobre los enfoques y razonamientos empleados por los estudiantes. El experimento de enfriamiento realizado ha generado resultados empíricos que tienen el potencial de mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales. Estos resultados permiten desarrollar tareas de experimentación en matemáticas que establecen una conexión entre un fenómeno de la vida real y la modelación. Mediante este enfoque, se fomenta una comprensión más práctica y aplicada de las ecuaciones diferenciales, enriqueciendo así la experiencia de aprendizaje de los estudiantes. En resumen, los hallazgos de esta investigación resaltan la importancia de utilizar la modelación matemática en la enseñanza de ecuaciones diferenciales para mejorar la comprensión de fenómenos físicos. Los resultados empíricos obtenidos brindan una base sólida para el diseño de tareas de experimentación que conecten la teoría matemática con la realidad, promoviendo así un aprendizaje más significativo y práctico.

REFERENCIAS

Acebo Gutiérrez, J., & Rodríguez, Gallegos, R. (2019). Modelación Matemática: Un Mapeo sistemático de literatura. XV Congreso Nacional de Investigación Educativa, 1–13.

Bibi, A., Ahmad, M., Shahid, W., Zamri, S. N. S., & Abedalaziz, N. A. M. (2019). An Evolving Research to Tackle Teaching and Learning Challenges during Differential Equations Course: A Combination of Non-routine Problems and Teacher Training. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(1), 647–656. <https://doi.org/10.29333/iejme/5777>

Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What can we do? En S. J. Cho (Ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 73–97). Springer Open. https://doi.org/DOI 10.1007/978-3-319-12688-3_9

Bravo-bohórquez, A., Castañeda-rodriguez, L. J., Hernández-yomayusa, H. I., & Hernández-hernández, L. A. (2016). Enseñanza de las matemáticas en ingeniería: Modelación matemática y matemática contextual. *Revista Educación en Ingeniería*, 11(21), 27–31.

- Dong, L., Cui, L., & Hsu, W. L. (2019). Study on the education and learning path for construction engineering cost professionals in science, technology, engineering and mathematics. Proceedings of the 2018 IEEE International Conference on Advanced Manufacturing, ICAM 2018, 342–345.
<https://doi.org/10.1109/AMCON.2018.8614950>
- Fauzi, K. M. A., Dirgeyase, I. W., & Priyatno, A. (2019). Building Learning Path of Mathematical Creative Thinking of Junior Students on Geometry Topics by Implementing Metacognitive Approach. *International Education Studies*, 12(2), 57.
<https://doi.org/10.5539/ies.v12n2p57>
- Flegg, J., Mallet, D., & Lupton, M. (2011). Students' perceptions of the relevance of mathematics in engineering. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 43(6), 717–732.
- García Romero Teovaldo; Arcia Oliveros Esneider; Pertuz Rincón, J. (2021). Obstáculos epistemológicos en la resolución de problemas de libros de textos de ecuaciones diferenciales ordinarias. *Boletín redipe [Internet]*, 10(9), 430–458.
<https://doi.org/https://doi.org/10.36260/rbr.v10i9.1452>
- Greefrath, G., & Vorhölter, K. (2016). Teaching and Learning Mathematical Modelling: Approaches and Developments from German Speaking Countries. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-45004-9_1
- Leong, Kwan Eu; Tan, J. Y. (2020). Exploring Secondary Students Modelling Competencies. *The Mathematics Enthusiast*, 17(1), 85–107.
<https://scholarworks.umt.edu/tme/vol17/iss1/5>
- Maass, K., & Engeln, K. (2018). Impact of professional development involving modelling on teachers and their teaching. *ZDM - Mathematics Education*, 50(1–2), 273–285. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0911-y>
- Rodríguez, Gallegos, R. (2017). Repensando la enseñanza de las matemáticas para futuros ingenieros: actualidades y desafíos. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 8(15), 69–85.
- Santana Ortega, A., Gómez-Blancarte, A. L., & Nelson, L. L. O. (2018). Matemática en la formación de profesoras de telesecundaria. 1 er. Congreso Nacional de Investigación sobre Educación Normal, 1–16. conisen.mx
- Schukajlow, S., Kolter, J., & Blum, W. (2015). Scaffolding mathematical modelling with a solution plan. *ZDM - Mathematics Education*, 47(7), 1241–1254.
<https://doi.org/10.1007/s11858-015-0707-2>