



# Efecto sorpresa: cuando la vista gráfica de Geogebra no coincide con lo obtenido analíticamente

## Surprise effect: when the graphical view of Geogebra does not match what is obtained analytically

Marcela Veronica Reale<sup>1</sup>, Carina Marcela Hamilton<sup>1\*</sup> y Betina Susana Williner<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Universidad Nacional de La Matanza, Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas, Florencio Varela 1903, CP B1754JEC San Justo, Provincia de Buenos Aires, Argentina.*

*\*Corresponding author:  
cahamilton@unlam.edu.ar*

**Resumen:** En este trabajo se presenta una actividad realizada, usando el software GeoGebra, en la asignatura Análisis Matemático I de carreras de ingeniería de la Universidad Nacional de La Matanza, Argentina. Uno de los objetivos principales de la actividad era que los alumnos interpreten la relación entre lo realizado en registro gráfico a través de GeoGebra y lo resuelto en registro analítico en entorno de lápiz y papel. Se trabajó con el concepto de continuidad de una función en un punto. El otro objetivo era poner en conflicto lo que se observa en la pantalla con lo que sucede realmente. La mayoría de los alumnos conjeturaban que estas diferencias se debían a las limitaciones tecnológicas propias del software usado. Cabe señalar que los alumnos valoraron positivamente el uso del GeoGebra para comprender el tema trabajado.

**Palabras claves:** GeoGebra, sorpresa, continuidad, registros.

**Abstract:** In this work we present an Geogebra activity used in the subject Análisis Matemático I of engineering careers at the Universidad Nacional de La Matanza, Argentina. One of the main goals of the activity was to interpret the relationship between the graphic record provided by GeoGebra and the analytical record in pencil and paper. We worked with the concept of continuity of functions and analyzed functions where there are conflicts between observed results on screen and what should be happened. Most of the students conjectured that these differences were due to the technological limitations of the software used. Despite the limitations of the software, the students positively

**valued the use of the GeoGebra to understand the topic worked on.**

**Keywords: GeoGebra, surprise, continuity, records.**

## **I. INTRODUCCIÓN**

Somos docentes de la asignatura Análisis Matemático I de carreras de ingeniería de la Universidad Nacional de La Matanza (UNLaM). Desde el año 2007 estamos incorporando a las clases actividades con software específico de matemática. En un comienzo lo hicimos con Wolfram Mathematica y, en la actualidad, migramos a GeoGebra (GG).

Existen varios estudios que incorporan el uso de GG en las clases de matemática, entre ellos: Barahona, Barrera, Vaca e Hidalgo (2015); Campillo, Cafferata, Srouf y Kostov (2021); Fiallo y Parada (2014); García, Martínez y Flores (2018); Garelik y Montenegro (2015); Pabón, Nieto y Gómez (2015); Ruiz, Del Rivero y Valenzuela (2018); Saucedo, Godoy, Fraire, y Herrera (2014). Si bien estos trabajos se diferencian en varios aspectos (marco teórico, objetivos, metodología, etc.), podemos sintetizar algunas conclusiones en común. Por ejemplo, la necesidad de la orientación del profesor, sobre todo a la hora de formalizar contenidos. Varios autores coinciden en que existe una fase de exploración en la que predomina la habilidad visual y manipulativa y el alumno puede realizar conjeturas. Luego se pasa a una fase de formalización o institucionalización de los contenidos y acá es primordial la presencia del docente. Otra conclusión común es la motivación y participación que se logra tanto en el alumno como en el docente cuando usa este tipo de recursos. A su vez la utilización de este tipo de software agrega la posibilidad de trabajar en distintos registros de representación al mismo tiempo, construir gráficos y representaciones con un carácter dinámico permitiendo, de esta manera, una mejor visualización de las situaciones propuestas.

Algunas de las actividades que diseñamos y pusimos a prueba con esta aplicación tuvieron como objetivo la generalización, la construcción de conceptos, la elaboración de conjeturas, el estudio de casos particulares, entre otros. En estas experiencias notamos que, en general, el alumno no reflexiona sobre la veracidad o no del resultado que le ofrece el software; no es crítico de lo que “ve” en la pantalla.

Entonces decidimos elaborar un applet con el objetivo de crear el efecto “sorpresa” que definen Arcavi y Hadas (2000). Estos autores indican que la experimentación

que realiza el alumno con el software se puede acompañar con un tipo de pregunta significativa que consiste en que haga predicciones explícitas sobre algún fenómeno estudiado. El reto es encontrar situaciones en las cuales el resultado de la actividad sea contraintuitivo, de tal forma que la sorpresa que esto genera cree una clara diferencia con las predicciones ya realizadas. La sorpresa se convierte en un disparador para que el alumno vuelva a analizar su predicción.

Entonces elaboramos una actividad con el objetivo de repasar el concepto de continuidad de una función en un punto desde el registro gráfico y analítico, experimentar con diferentes funciones, predecir resultados, luego reflexionar sobre la relación entre estos dos registros y crear, en un caso, este efecto sorpresa definido anteriormente. El recurso estaba formado por varios ítems de los cuales reportamos seis.

Estas situaciones se trabajan poco en clase, razón por la cual es sumamente interesante que los estudiantes reflexionen cuando se genera un conflicto en la devolución del software.

### *A. Registros de representación*

En matemática el sujeto no entra en contacto directo con el objeto en estudio sino con una representación particular de ese objeto matemático (Rojas, 2012). Existen tres polos que no deben confundirse:

- El objeto representado
- El contenido de una representación, es decir, lo que una representación particular presenta del objeto.
- La forma de representación, llamada registro o sistema de representación (Duval, 1998).

Así la comprensión emerge en los sujetos mediante la coordinación de al menos dos registros de representación (Duval, 1998). Es imprescindible comprender los sistemas de representación porque los objetos matemáticos están dispuestos en una variedad de registros, porque sólo podemos acceder a los objetos matemáticos a través de las vías de representación y porque la representación de un objeto nos muestra ciertas características del mismo y no otras (Rojas, 2012). De esta forma cuantos más sistemas podamos coordinar mejor conoceremos el objeto en cuestión.

Los registros de representación son:

- Registro verbal: El lenguaje coloquial es el utilizado para representar situaciones que pueden ser modeladas en cualquiera de los otros registros.
- Registro analítico: Se expresa analíticamente un concepto recurriendo a notaciones matemáticas adecuadas utilizando símbolos acordados.
- Registro gráfico: Es la representación en el plano cartesiano o eje real o espacio de acuerdo a qué objeto se está tratando.
- Registro numérico: cuando los datos están dados, por ejemplo, a través de tablas (Prieto y Vicente, 2006).

### *B. Uso de tecnología en el aula universitaria*

Los alumnos universitarios actuales pertenecen a la generación de los nativos digitales, es decir, aquellos que nacieron luego de la invención de Internet. Estas condiciones implican un cambio de paradigma en la enseñanza universitaria, la inclusión de la tecnología, y en particular, en la enseñanza universitaria de matemática.

Hitt (2008) asegura que los profesores de matemática han manifestado diferentes posturas frente a la incorporación de tecnología en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Según el autor, algunos sostienen que la tecnología inhibe la capacidad de aprender, otros todo lo contrario, es decir que el solo hecho de incorporarlas en las clases, mejora los aprendizajes de los estudiantes. Señala que ambas son posiciones extremas y pretende a través del análisis de diversas investigaciones encontrar algunos indicadores que reflexionen positiva o negativamente acerca de cómo influyen las herramientas informáticas en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Hitt describe algunas investigaciones realizadas con diversos softwares entre ellos Mathematica y Derive las cuales se centran en cómo influyen estas tecnologías en el desarrollo de habilidades matemáticas. Nos interesa destacar, dentro de este artículo, algunas características propuestas por Arcavi y Hadas (2000) que deberían tener las actividades matemáticas realizadas con tecnología para que promuevan procesos como los de visualización, experimentación, sorpresa, retroalimentación y necesidad de argumentar y probar. La visualización se refiere a la habilidad de representar, transformar, comunicar, argumentar, explicar un hecho a partir de lo observable por ejemplo en un gráfico. La experimentación la vincula con la facilidad que permite una herramienta tecnológica por ejemplo a través del

uso de entornos dinámicos proponiendo diferentes posibilidades de solución a una situación propuesta. La sorpresa la explica cuando la anticipación del estudiante dando respuestas rápidas a ciertos problemas no coincide con las posibilidades de otras soluciones que puede explorar haciendo uso de la tecnología. La retroalimentación se puede lograr cuando, por ejemplo, se comparan resultados o cuando se reformulan procesos en los cuales la expectativa inicial no coincide con los resultados obtenidos. La necesidad de argumentar y probar puede darse cuando el alumno explica a través de palabras que un resultado no se ajusta al contexto de un problema.

Por otra parte, es importante señalar que al representar un objeto matemático se debe tener en cuenta que dicha representación es una aproximación del mismo y que cuando se usa un software específico es éste el que impone las restricciones para hacer efectiva dicha representación (Contreras de la Fuente y Ortega Carpio, 2009). Los autores sostienen entonces que la herramienta condiciona el diseño de las actividades y obliga al docente a tener conocimiento pleno del software que utilizará en sus prácticas.

Uno de los softwares más utilizados en estos momentos en matemática es GeoGebra (en todas sus versiones). Barahona et. al. (2015), a partir de sus investigaciones realizadas con la incorporación de GeoGebra como herramienta tecnológica en el aprendizaje de matemática, señalan que esta incorporación debe estimular a los docentes al uso y evaluación de esta tecnología en: visualización y clases interactivas ya sea en clase o a distancia como material colaborativo y de apoyo en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Este paradigma obliga a cambiar el rol del docente, en principio debe capacitarse en el uso eficiente y efectivo de las tecnologías, para que las mismas enriquezcan los procesos de enseñanza-aprendizaje.

## **II. Metodología**

### *A. Sobre el diseño de la actividad*

Al momento del diseño de la actividad nos planteamos los siguientes objetivos de aprendizaje:

- (i) Analizar la continuidad de una función en un punto utilizando la visualización dinámica e interactiva que ofrece GG.

(ii) Estudiar la continuidad de una función en un punto en forma analítica y gráfica.

(iii) Interpretar la relación entre los dos registros (analítico y gráfico) en el software.

En una primera etapa de elaboración, propusimos funciones a trozos con parámetros en las que se pueda estudiar la continuidad en el punto o los puntos de cambio. A su vez, como el trabajo requería acciones en lápiz y papel, consideramos que al calcular los límites puntuales los estudiantes utilicen las técnicas vistas. Una vez definidas las funciones a utilizar y considerando los objetivos mencionados anteriormente, formulamos consignas acordes.

Luego, armamos el applet en la plataforma de GG para que los alumnos puedan acceder a la misma sin la necesidad de instalar el software en sus dispositivos móviles o computadoras y, una vez terminado, fue testeado por algunos docentes de la materia. Finalmente, se modificó la actividad (principalmente sobre los enunciados) considerando los comentarios del equipo docente.

Copiamos las consignas de la actividad mencionada:

1. Repasemos el concepto de continuidad: ¿qué significa que una función sea continua en un punto?
2. En el Applet dado tilda sólo el casillero de **f**. Tenemos la siguiente función:

$$f: R \rightarrow R / f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & x \leq 1 \\ ax + b & 1 < x \leq 4 \\ 2 - \sqrt{8(x-4)} & x > 4 \end{cases}$$

Mueve los deslizadores **a** y **b** hasta que la función **f** resulte continua en  $x = 1$  y  $x = 4$ . ¿podés predecir cuánto valen **a** y **b**? Adjunta una captura de pantalla e indica dichos valores.

3. Calcula de manera analítica los valores de **a** y **b**. ¿Coinciden con los valores del ítem anterior? Si no coinciden, ¿a qué crees que se deba?

4. Ahora sólo tilda el casillero **g**. Tenemos la siguiente función:

$$g: R \rightarrow R / g(x) = \begin{cases} 6 + \ln(x-2) & x > 2 \\ x^3 + 0.6 & -1 < x \leq 2 \\ |x| & x \leq -1 \end{cases}$$

Mueve los deslizadores **d** e **i** hasta que la función **g** resulte continua en  $x = -1$  y  $x = 2$ . ¿podés predecir cuánto valen esos parámetros? Adjunta una captura de pantalla e indica dichos valores.

5. Calcula de manera analítica los valores de **d** y **i**. ¿Coinciden con los valores del ítem anterior? Si no coinciden, ¿a qué crees que se deba?

A continuación, mostramos la pantalla de GG para la función del ítem 2 con algunos valores de **a** y **b** (figura 1) y para la función del ítem 4 para algunos valores de **d** e **i** (Figura 2)

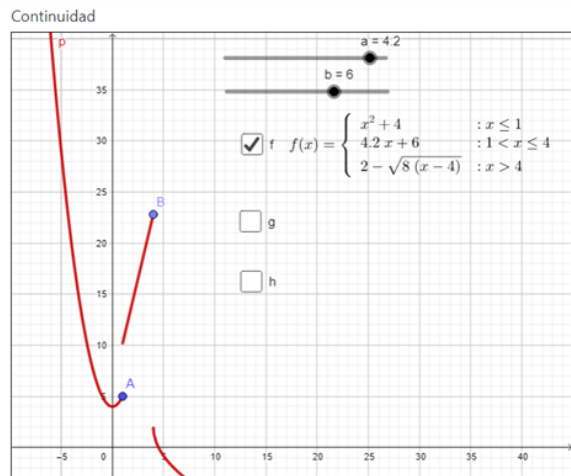


Figura 1. Vista del applet para la primera función. Fuente: Elaboración propia.

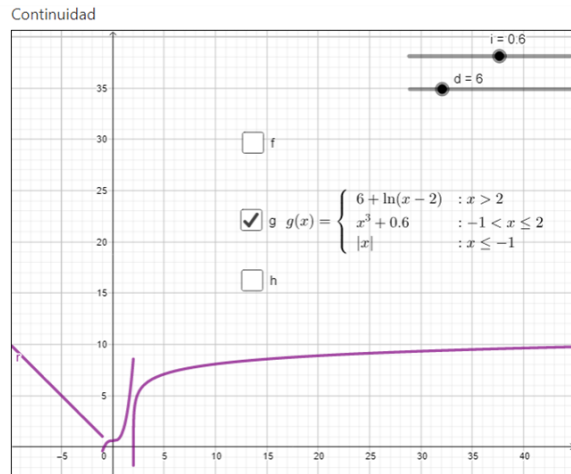


Figura 2. Vista del applet para la segunda función. Fuente: Elaboración propia.

En primera instancia el alumno debía trabajar con una función por partes y accionar los deslizadores hasta encontrar en forma gráfica los valores que hacían dicha función continua en los puntos indicados. Luego tenía que calcular los parámetros obtenidos de manera analítica y compararlos con los hallados en forma gráfica. Nuestro objetivo era repasar las condiciones de continuidad de una función en un punto y de relacionar los dos registros trabajados: gráfico y analítico. De acuerdo con la característica de esta función, los hallazgos no producían conflicto en los estudiantes.

Ahora en la segunda función, cuando el alumno accionaba los deslizadores en GG podía lograr visualmente la continuidad de la función en  $x = 2$ , pero cuando hacía el cálculo en forma analítica el resultado no estaba acorde a lo que él veía en la pantalla.

Nuestro propósito era lograr que el estudiante se sorprendiera de lo que veía en GG y de lo que obtenía analíticamente y sea crítico al respecto. Para poder expresar esa coincidencia o disidencia a cada ítem le asociamos la consigna: “¿Coinciden con los valores del ítem anterior? Si no coinciden, ¿a qué crees que se deba?”

A modo de cierre de la actividad, se les solicitaba a los alumnos que hagan una reflexión sobre el uso de GG en la misma:

“Te pedimos que en el siguiente espacio nos dejes tus reflexiones sobre el uso de GeoGebra en general y en relación con lo observado en esta actividad. Muchas Gracias.”

### B. Desarrollo de la experiencia

Esta actividad se implementó en tres comisiones de la materia: el primer curso (primer cuatrimestre de 2020) contaba con 64 alumnos inscriptos; el segundo (segundo cuatrimestre del 2020), con 60 alumnos inscriptos; y el tercero (primer cuatrimestre de 2021) también con 60 alumnos inscriptos.

En todos los casos, la experiencia se llevó a cabo a través de la plataforma de GG generando un grupo cerrado para los alumnos y docentes. Allí se planteó una actividad en la pestaña de Evaluación del Grupo que contenía las tareas a realizar y el applet diseñado (<https://www.geogebra.org/m/vtjgt dug>). Las instrucciones dadas consistieron en las consignas a responder con el uso del software y con acciones de

lápiz y papel y la forma de presentación del trabajo. En ningún momento les adelantamos a los estudiantes qué iba a suceder cuando usaban el software en cuanto a la posibilidad, o no, de que los parámetros obtenidos en forma gráfica coincidan con los calculados en forma analítica.

Los alumnos realizaron esta actividad luego de haber trabajado los temas de límite y continuidad. El plazo de entrega era de una semana. En el primer curso la entrega fue individual y en los dos restantes fue grupal.

A la hora de valorar las producciones consideramos no sólo los resultados mostrados por los alumnos, sino también los argumentos que utilizaban para sus respuestas, es decir, cómo expresaban coloquialmente sus ideas y sus producciones manuscritas. Por lo dicho anteriormente, las devoluciones consistían en repreguntas y comentarios para que los alumnos expandan, revisen y, en caso de ser necesario, reformulen sus respuestas.

### III. RESULTADOS

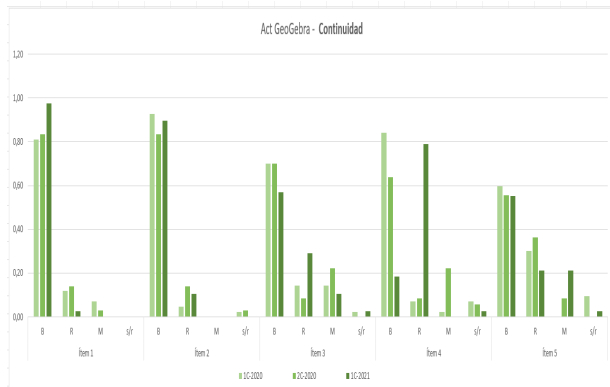
En total recibimos 76 producciones (42 del primer curso, 15 del segundo y las restantes del tercero). Mostramos primero los resultados obtenidos en cuanto a la cantidad de respuestas correctas por ítem de la tarea. Los valoramos con las opciones B (bien), Regular (R), Mal (M) y sin responder (s/r). En las Tablas 1 y 2 podemos observar las frecuencias relativas de las respuestas, discriminadas por ítem y por curso y la Figura 3 se comparan las frecuencias de cada curso.

**Tabla 1. Frecuencia relativa de las respuestas de los primeros tres ítems. Fuente: Elaboración propia.**

	Ítem 1				Ítem 2				Ítem 3			
	B	R	M	s/r	B	R	M	s/r	B	R	M	s/r
1C - 202 0	0. 81	0. 12	0. 07	0. 00	0. 93	0. 05	0. 00	0. 02	0. 70	0. 14	0. 14	0. 02
2C - 202 0	0. 83	0. 14	0. 03	0. 00	0. 83	0. 14	0. 00	0. 03	0. 70	0. 08	0. 22	0. 00
1C - 202 1	0. 97	0. 03	0. 00	0. 00	0. 89	0. 11	0. 00	0. 00	0. 57	0. 29	0. 11	0. 03

**Tabla 2. Frecuencia relativa de las respuestas de los ítems 4 y 5. Fuente: Elaboración propia.**

	Ítem 4				Ítem 5			
	B	R	M	s/r	B	R	M	s/r
1C - 2020	0.84	0.07	0.02	0.07	0.60	0.30	0.00	0.10
2C - 2020	0.64	0.08	0.22	0.06	0.56	0.36	0.08	0.00
1C - 2021	0.18	0.79	0.00	0.03	0.55	0.21	0.21	0.03



*Figura 3. Comparación de las frecuencias relativas de las respuestas de cada curso. Fuente: Elaboración propia.*

Como podemos observar, los alumnos obtuvieron buenos resultados en el primer ítem en el que debían recuperar el concepto de continuidad. En general, los errores que se presentaron aquí estaban relacionados con la escritura del concepto, por ejemplo: “Significa que un límite a de una función es igual a la imagen de la función en ese punto” (debería decir EL límite), “Para que la función sea continua en el punto p, debe cumplirse que limite de la imagen de p tanto izquierdo como derecho, sean iguales” (no queda claro si tiene en cuenta que la imagen de “p” debe coincidir con los límites).

Luego, podemos notar que los alumnos tuvieron buenos resultados en el segundo ítem en el que debían encontrar los valores de los parámetros en registro gráfico **a** y **b** para que la función  $f$  resulte continua usando los deslizadores (**a = 1** y **b = 6**). Pero, cuando los estudiantes debían hacerlo en registro analítico y compararlos con los obtenidos en forma gráfica, el porcentaje de respuestas B (bien) disminuye. La dificultad se presentaba principalmente en la notación o

bien respondían, por ejemplo: “Si, los valores coinciden con lo resultante del ítem anterior”, pero sin mostrar la resolución analítica.

En el cuarto ítem, los porcentajes de respuestas bien son menores que en el segundo ítem. Esto se puede deber a que, como se mencionó en un apartado anterior, es posible hallar el valor del parámetro **i** para que la función  $g$  resulte continua en  $x = -1$ . Sin embargo, no existe un valor para el parámetro **d** ya que la función  $g$  presenta una discontinuidad esencial de salto infinito en  $x=2$ . En el siguiente ítem, entre el 55% y 60% de las respuestas estaban bien. Cabe señalar que en este ítem el porcentaje de las respuestas regulares es mayor al resto ya que los alumnos o bien planteaban los límites y sus resoluciones, pero no argumentaban a que se debía la diferencia o bien forzaban a que lo analítico coincidiera con lo que hallaban en el applet.

En general, se observa que todos los cursos tuvieron porcentajes similares en las respuestas correctas pero el tercer grupo tiene menor rendimiento, viéndose esto reflejado en el aumento de respuestas R o M.

A continuación, mostramos algunas respuestas de los alumnos sobre las preguntas 3 y 5 como así también su opinión del software.

Comentario 1: “Está bueno, es didáctico. Aunque no se pueden apreciar del todo bien los gráficos ya que no da la posibilidad de hacer zoom, aun así, es muy buena herramienta para ver gráficamente lo que se estudia.”

Comentario 2: “Los valores no coinciden por muy poco ( $a = 1$  y  $b = 6$ ), y creo que se debe a que gráficamente, a pesar de pensar que hay continuidad, puede que no la haya (como este caso), y al hacer las cuentas y sacar los valores analíticamente te das cuenta de que estos se acercan, pero no son exactos”

Comentario 3: “al analizar los límites laterales en  $x=2$  por izquierda y por derecha estos no me dieron lo mismo, siendo que al analizar por derecha me da  $-\infty$  sin importar el valor de d. Viendo el gráfico a simple vista pareciera que la función es continua en el punto, pero luego de analizarlo analíticamente diría que sólo se ve así porque no puedo ampliar la imagen. No coinciden, y se debe a que en GeoGebra da la ilusión que en  $d=28$  ya es función, ya que no se puede hacer Zoom para ver mejor el gráfico.”

Comentario 4: “No coinciden porque en el gráfico, al ser diferencias pequeñas, las líneas de la función parecían unirse”

Comentario 5: “Geogebra tiene ciertas limitaciones, como con las funciones que a simple vista parecen ser continuas pero al verificarlo analíticamente se verifica lo contrario.”

Comentario 6: “No, no coincide el valor de "d". "i" pudimos calcularlo y da 2. En cambio, al intentar calcular "d", nos encontramos que al plantear el límite de la primera rama tendiendo a 2 por derecha, independientemente del valor que pudiese llegar a tomar "d", el logaritmo tiende a  $-\infty$ . De forma que  $d + (-\infty)$  va tender a  $-\infty$  independientemente del valor de "d". Por eso, creemos, la gráfica se sigue "uniendo" cuando "d" es mayor a 17. No es que se une realmente, sino que la gráfica sigue yendo hacia el menos infinito y GeoGebra no llega a mostrarlo.”

Comentario 7: “Geogebra nos parece una buena herramienta de trabajo, ya que ayuda a graficar de manera más rápida y exacta que si lo hiciéramos de forma manual. En ciertos casos se complica ver que pasa en ciertos puntos por el grosor de las líneas, pero en la mayoría de los casos resulta muy útil.”

Comentario 8: “Lo único que notamos malo fue el hecho de algunas complicaciones visuales, pero eso es tema de GeoGebra, lo demás está excelente.”

Comentario 9: “no está mal, supongo que el tema es acostumbrarse a usarlo (De forma que  $d + (-\infty)$  va tender a  $-\infty$  independientemente del valor de "d". Por eso, creemos, la gráfica se sigue "uniendo" cuando "d" es mayor a 17. No es que se une realmente, sino que que la gráfica sigue yendo hacia el menos infinito y GeoGebra no llega a mostrarlo)”

Comentario 10: “Los gráficos no se pueden ver con una precisión exacta y se hace difícil la resolución de los puntos. (al no poder hacerle zoom al gráfico, no podemos ver los valores exactos, y se hace difícil la resolución de los puntos)”

Como se puede observar en las transcripciones, algunos alumnos notan que lo que observan en la pantalla no se condice con lo realizado analíticamente. Y algunos de ellos tratan de dar una explicación, podemos decir, tecnológica de lo que sucede. A pesar de esto todos coinciden que es una buena herramienta para el aprendizaje.

#### **IV. REFLEXIÓN FINAL**

Con esta actividad nos propusimos como objetivos generales: repasar el concepto de continuidad de una función en un punto usando dos registros de representación, la relación entre ellos y testear si los alumnos son críticos de lo que el software muestra. Para eso la diseñamos de manera tal que esté presente el efecto sorpresa, tal como lo definen Arcavi y Hadas (2000). En este caso, el registro gráfico “que se ve en la ventana del software” no se condice con el registro analítico obtenido en lápiz y papel. Hasta el momento no habíamos realizado tareas de estas características. Pretendíamos que ese efecto sorpresa logrado haga reflexionar al alumno sobre los resultados del programa, que sea consciente que es una herramienta de apoyo a su aprendizaje y que no puede depender “a ciegas” de ésta. Para conseguir este tipo de reflexión metacognitiva en el estudiante, completamos la tarea con dos preguntas al respecto.

En general, los alumnos trataron de explicar la diferencia entre el registro gráfico mostrado por GG y el analítico calculado por ellos aduciendo a cuestiones tecnológicas propias del software usado (no se puede hacer más zoom, se complica ver qué pasa en ciertos puntos por el grosor de las líneas, etc) y no a que cuando se grafica un objeto matemático, en este caso una función, lo que se hace es una aproximación de ese objeto. Luego de las devoluciones debatimos en grupo los resultados de la función en conflicto. Explicamos que el software grafica la función “acercándose” a su asíntota vertical pero que, por razones del trazo mismo, ese gráfico se corta y da la sensación de que se puede lograr la continuidad. Esto nos permitió también debatir que no todos los registros de representación dan la misma información sobre el objeto representado. A veces “se pierde” información y otra “se gana”, de allí la importancia de trabajar con al menos dos de ellos.

Gran parte de los alumnos valoró la actividad realizada y, en especial, el uso del GG de manera positiva. Principalmente, indicaron que les fue de utilidad el uso del entorno gráfico para comprender el tema trabajado. Esto lo podemos evidenciar en, por ejemplo, los siguientes comentarios: “el uso de la aplicación es muy útil a la hora de visualizar la función lo cual hace mucho más práctico entender el ejercicio”, “Me aparece una buena forma de trabajar porque puedes hacer los cálculos teniendo a la vez, una vista gráfica de las funciones trabajadas”, “El uso de GeoGebra hace que los conceptos teóricos se entiendan más claramente”. A

su vez con este tipo de actividades cambiamos el rol tradicional del alumno de receptor por participativo y, particularmente en este caso, se suma una reflexión de la devolución del programa. Algunos estudiantes realizaron más pasos o intentos que otros, pero todos se dedicaron a la presentación del trabajo y a contestar lo que ellos pensaban sobre la situación planteada.

Finalmente, seguiremos realizando actividades similares a la presentada en este trabajo, ya sea utilizando applets en la plataforma o planteando actividades en GeoGebra Classroom, que sirvan como disparadores de temas, de complemento al trabajo teórico realizado en la clase, de exploración o elaboración de conjeturas e iremos reforzando el espíritu crítico en el estudiante sobre el trabajo realizado. pero, principalmente, para testear las posibles conclusiones de los alumnos que puedan obtener y que ellos reflexionen sobre dichas conclusiones.

## REFERENCIAS

Arcavi A. y Hadas, N. (2000). *El computador como medio de aprendizaje: ejemplo de un enfoque*. Recuperado el 20 de agosto de 2010, de <http://www.scribd.com/doc/15782300/LA-PC-COMO-MEDIO-DE-APRENDIZAJE>Arcavi2000

Barahona, F., Barrera, O., Vaca, B e Hidalgo, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica ESPOL (RTE)*, 28 (5), 121-132.

Campillo, A., Cafferata, S. Srour, Y. y Kostov, G. (2021). GeoGebra como herramienta en la resolución de problemas de optimización. *Memorias IV día GeoGebra Argentina y IX GeoGebra Iberoamericano*. Junio 2021, UNLP, La Plata, Argentina.

Contreras de la Fuente, A.; Ortega Carpio, M. (2009). Fenómenos didácticos emergentes de las prácticas realizadas con el programa Mathematica. En González, M. J; González, M. T; Murillo, J (Eds.). *Investigación en Educación Matemática*. Comunicaciones de los grupos de investigación. XIII Simposio de la SEIEM. Santander.

Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt

(Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II* (pp. 173-201). México: Grupo Editorial Iberoamérica. Traducción de: Registros de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. Vol. 5 (1993).

Fiallo, J. y Parada, S. (2014). Curso de precálculo apoyado en el uso de GeoGebra para el desarrollo del pensamiento variacional. *Revista Científica*, 20, 56-71.

García, D., Martínez, M y Flores, J. (2018). Génesis instrumental de la razón de cambio instantánea mediada por GeoGebra. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31 (2), 1876-1883.

Garelik, M. y Montenegro, F. (2015). Un problema de movimiento parabólico en Cálculo con uso de GeoGebra. En J. L Córca (comp) *Memorias del VI Congreso Virtual Iberoamericano de Calidad en Educación Virtual y a Distancia*. Mendoza: editorial virtual argentina.

Hitt, F. (2008). Investigaciones en ambientes tecnológicos, marcos teóricos y metodológicos: Un punto de vista pragmático. Investigaciones y propuestas sobre el uso de tecnología. *Educación Matemática*, 1, 1-20.

Pabón, J., Nieto, Z., Gómez C. (2015). Modelación matemática y GEOGEBRA en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores. *Revista Logos, Ciencia y Tecnología*, 7 (1), 64-70.

Prieto, F. y Vicente, S. (2006). *Análisis de registros semióticos en actividades de ingresantes a la facultad de ingeniería*. Ponencia presentada en I REPEM, Santa Rosa, La Pampa, Argentina.

Rojas, P. (2012). Sistemas de representación y aprendizaje de las matemáticas. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 12 (1).

Ruiz, L., Del Rivero, S. y Valenzuela, H. (2018). GeoGebra: auto regulador del aprendizaje en conocimientos previos en cálculo diferencial. *Revista Entorno Académico*, 20, 15-22.

Saucedo, R., Godoy, J., Fraire, R. y Herrera, H. (2014). Enseñanza de las integrales aplicadas con GeoGebra. *El Cálculo y su Enseñanza* 5 (5), 125-138.